

8. CVIČENÍ Z ADS 2, ČTVRTEK 15:40

Diskrétní Fourierova transformace (hurá!)

- Fourierovy obrazy:* Spočítejte Fourierovy obrazy následujících vektorů:
 - (x, x, \dots, x) pro $x \in \mathbb{R}$ (zkuste nejdříve $x = 1$)
 - $(1, -1, 1, -1, \dots, 1, -1)$
 - $(1, 0, 1, 0, \dots, 1, 0)$
 - $(\omega^0, \omega^1, \omega^2, \dots, \omega^{n-1})$
 - $(\omega^0, \omega^2, \omega^4, \dots, \omega^{2n-2})$
- Vlastnosti:* O jakých vlastnostech vektoru vypovídá nultý a $(n/2)$ -tý koeficient Fourierova obrazu?
- Obraz báze:* Jak vypadá Fourierův obraz jednotkového vektoru e_i , tedy vektoru který má na i -té pozici jedničku a všude jinde 0?
- Inverz báze:* Pro každé i najděte vektor, jehož Fourierovým obrazem je e_i . Jak z toho sestavit inverzní Fourierův obraz?
- DFT reálného vektoru:* Ukažte, že Fourierův obraz \mathbf{y} reálného vektoru \mathbf{x} je *antisymetrický*, tedy $\mathbf{y}_j = \overline{\mathbf{y}_{n-j}}$ pro všechny indexy j . Jaký pak bude Fourierův obraz antisymetrického vektoru?
- Odmocniny z jedničky a volba ω :* Kolik existuje n -tých odmocnin jedničky a jak vypadají? Proč jiná čísla nejsou n -tou odmocninou z jedničky? Které z n -tých odmocnin jedničky jsou primitivní?
Ve Fourierově transformaci máme volnost v tom, jakou primitivní odmocninu ω si vybereme. Ukažte, že Fourierovy obrazy pro různé volby ω se liší pouze pořadím složek.
- Bonus pro milovníky komplexních čísel:* Spočítejte druhou mocninu polynomu $x^3 - x^2 - 2x + 2$ pomocí DFT, tedy $(x^3 - x^2 - 2x + 2)^2$.