5. CVIČENÍ Z ADS 2, ČTVRTEK 15:40

Toky s panem Dinicem

1. *Dinic s celými čísly:* Jak rychle doběhne Dinicův algoritmus pro jednotkové váhy a jak rychle pro celočíselné? (Ideálně bychom chtěli, aby běžel alespoň stejně rychle jako Ford-Fulkerson).

2. *Hranově disjunktní cesty:* Navrhněte algoritmus pro nalezení maximálního počtu hranově disjunktních cest mezi danými dvěma vrcholy $u, v \in V(G)$. Zkuste se také zamyslet nad řešením pro neorientované grafy.

3. *Vrcholově disjunktní cesty:* Navrhněte algoritmus pro nalezení maximálního počtu vrcholově disjunktních cest mezi danými dvěma vrcholy $u, v \in V(G)$ (opět i pro neorientovaný graf).

4. *Parlamentní kluby:* V parlamentu s n poslanci je m různých klubů. Jeden poslanec může být členem mnoha různých klubů. Každý klub nyní potřebuje zvolit svého předsedu a tajemníka tak, aby všichni předsedové a tajemníci byli navzájem různé osoby (tedy aby nikdo „neseděl na více křeslech“). Navrhněte algoritmus, který zvolí všechny předsedy a tajemníky, případně oznámí, že řešení neexistuje.

5. *Bipartitní vrcholové pokrytí:* Vrcholové pokrytí je množina vrcholů, která pokrývá všechny hrany, tedy každá hrana sousedí alespoň s jedním vrcholem z této množiny. Navrhněte algoritmus pro nalezení nejmenšího vrcholového pokrytí v bipartitním grafu.

6. *Průchod šachovnicí:* Je dána šachovnice $n \times n$, kde některá políčka jsou nepřístupná. Celý dolní řádek je obsazen figurkami, které se mohou hýbat o jedno pole dopředu, šikmo vlevo dopředu, či šikmo vpravo dopředu. V jednom tahu se všechny figurky naráz pohnou (mohou i zůstat stát na místě), na jednom políčku se však musí vyskytovat nejvýše jedna figurka. Ocitne-li se figurka na některém políčku horního řádku šachovnice, zmizí. Navrhněte algoritmus, který najde minimální počet tahů takový, že z šachovnice dokážeme odstranit všechny figurky, případně oznámí, že řešení neexistuje.

7. *Míra souvislosti.* Hranová souvislost (neorientovaného) grafu je minimální počet hran, které musíme odebrat, aby se stal nesouvislým. Najděte algoritmus na zjištění hranové souvislosti pomocí toků v sítích, přičemž se snažte použít pouze $O(n)$ sítí s $O(m)$ hranami. Hodí se využít, že jde o nejmenší počet hran v nějakém řezu.

Jak řešení upravit pro vrcholovou souvislost, kde nás zajímá, kolik minimálně musíme odebrat vrcholů, aby se graf stal nesouvislým?

8. *Nekonečný F-F:* Najděte síť s reálnými kapacitami, na níž Fordův-Fulkersonův algoritmus nedoběhne. Lze zařídit, aby k maximálnímu toku ani nekonvergoval?