

# Datové struktury 1

11. přednáška 16.12.

Pavel Veselý

# Plán: geometrické DS

- Info o zkoušce
- Geometrické DS ... aneb „curse of dimensionality“
  - K-d stromy
  - Range trees
  - Quadrees (pokud zbyde čas)

# Zkouška

- **Ústní** s písemnou přípravou (max. 3 h, typicky méně) ~ ADS 1 a 2
- **Teorie** z přednášky
- Budeme zkoušet s Jiřím Finkem
- Jedna „**větší**“ a jedna „**menší**“ otázka
  - Při rozhodování o známce se můžeme zeptat i na něco jiného
- S sebou: **psací potřeby**, pití, dobrou náladu (volitelné)  
a **nic elektronického**
- Bc. studenti: pro uznání je potřeba známka  $\leq 2$
- Termíny a přihlašování v SISu
  - Pozor na rozestupy, tedy Váš přesný začátek
  - Předtermíny: též otázky z poslední přednášky (dám k tomu zdroje)

# Geometrické DS v $\mathbb{R}^d$

- Reprezentace množiny bodů, přímek, úseček, křivek, ...
- „Range queries“ = intervalové dotazy
  - výpis/spočítání objektů v rozsahu  $[a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_d, b_d]$
- Dále:
  - Hledání nejbližšího souseda
  - Hledání nejvzdálenějšího „sousedá“
  - ...

# Rozcvička: 1D Range queries

**Procedure** RANGEQUERY( $v, Q$ )

*Input:* a root of a subtree  $v$ , query range  $Q$

1. If  $v$  is external, return.
2. If  $\text{int}(v) \subseteq Q$ , report the whole subtree rooted at  $v$  and return.
3. If  $\text{key}(v) \in Q$ , report the item at  $v$ .
4.  $Q_\ell \leftarrow Q \cap \text{int}(\ell(v))$ ,  $Q_r \leftarrow Q \cap \text{int}(r(v))$
5. If  $Q_\ell \neq \emptyset$ : call RANGEQUERY( $\ell(v), Q_\ell$ )
6. If  $Q_r \neq \emptyset$ : call RANGEQUERY( $r(v), Q_r$ )

# K-d stromy

## Zobecnění do dimenze $k$

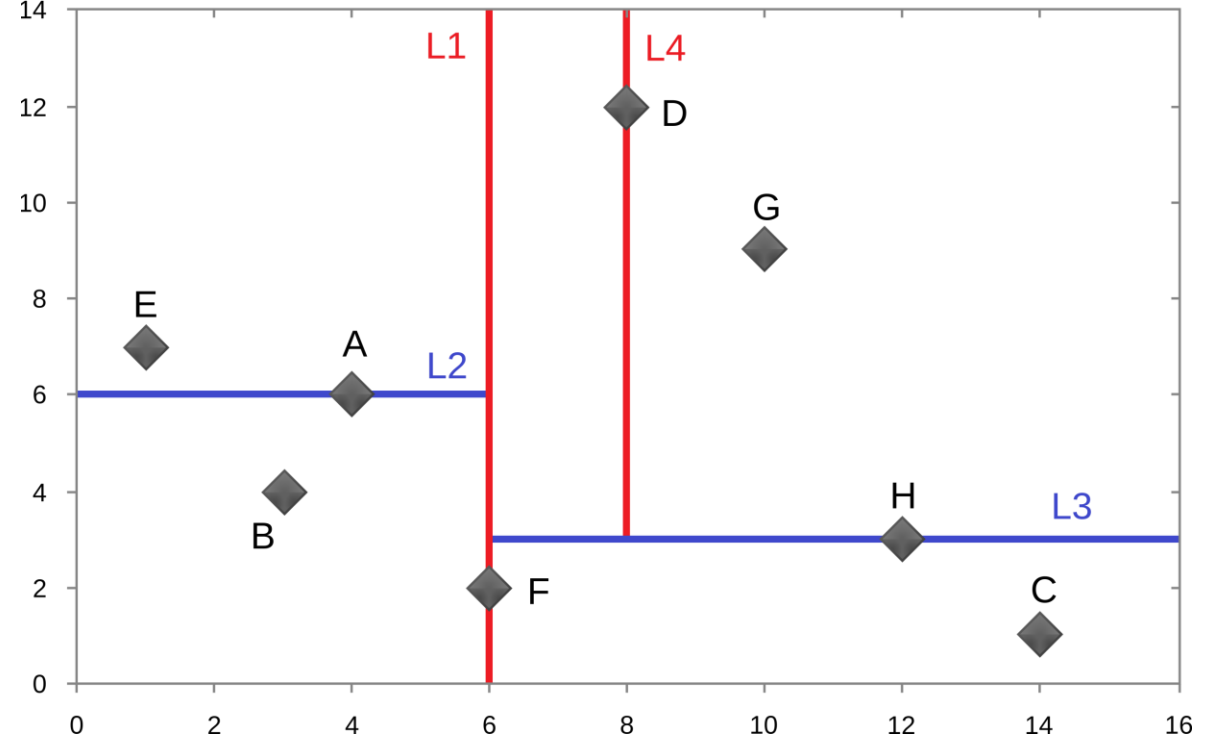
- $\ell$ -tá hladina: medián dle souřadnice  $\ell \bmod k$
- Range query v čase  $\Theta(k \cdot n^{1-1/k})$

## Body se stejnými souřadnicemi:

- v uzlu odkaz na  $(k - 1)$ -d tree

## Dynamizace a udržení logaritmické hloubky:

- líně vyvažované (BB[ $\alpha$ ]) stromy



# Range trees

Body se stejnými souřadnicemi  $x$ :

- V uzlu navíc  $y$ -strom pro body se shodnou souřadnicí  $x$

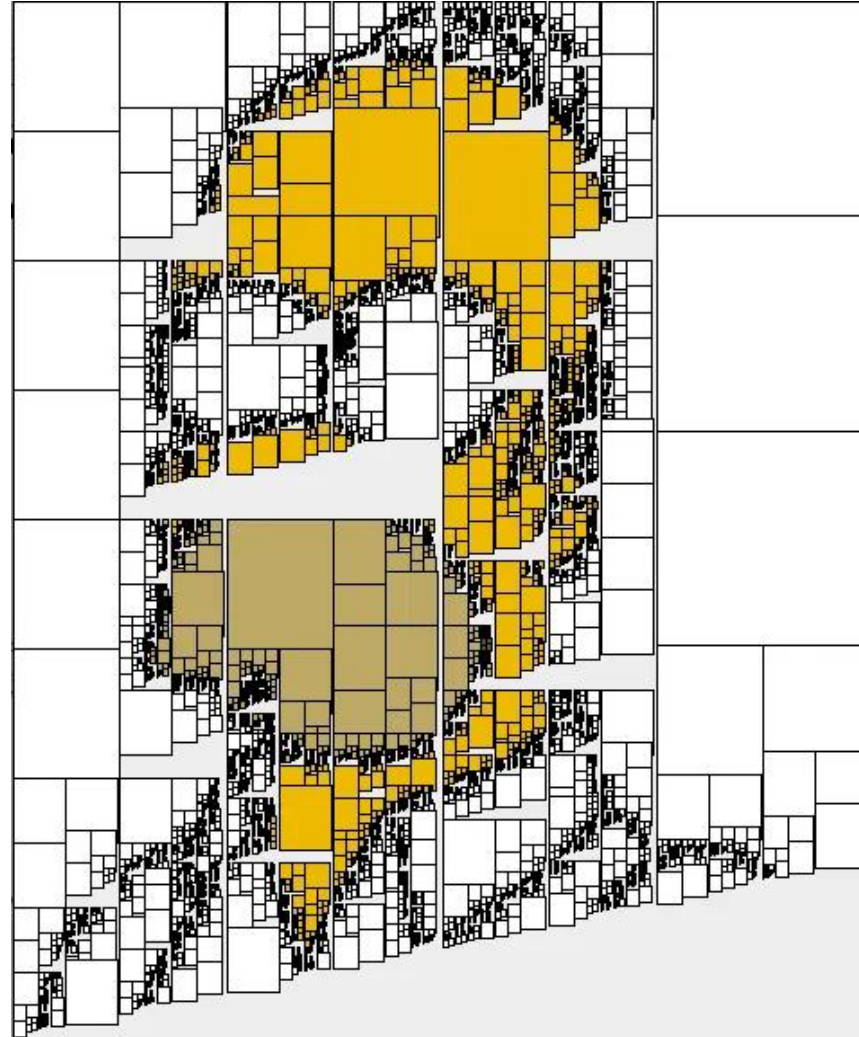
V dimenzi  $d > 2$

- Rekurzí přes dimenzi:
  - $X$ -strom: v každém uzlu „sekundární strom“  
=  $d - 1$ -dim. RangeTree pro daný  $d - 1$ -dimenzionální pás
  - RangeQuery: rozložíme na  $O(\log n)$  dotazů na  $d - 1$ -dim. RangeTree

Dynamizace:

- Přes líně vyvažované ( $BB[\alpha]$ ) stromy

# Bonus: quadtree

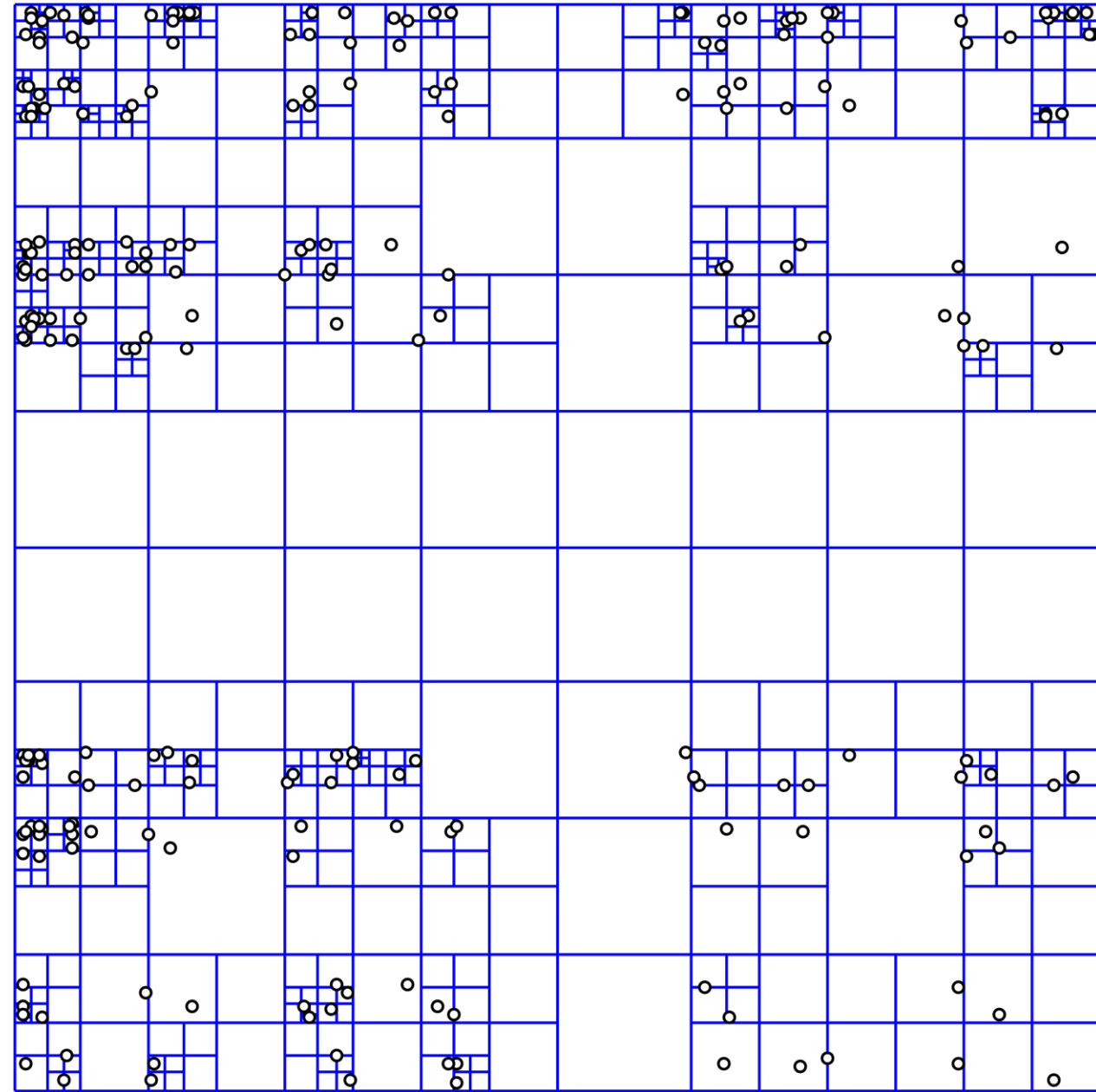


Zdroj: [digitalist-alex.blogspot.com/2011/03/quadtree-art.html](http://digitalist-alex.blogspot.com/2011/03/quadtree-art.html)



# Quadtree (2D)

- Konceptně jednodušší
- **Hierarchické rozdělení roviny**
  - Kořen = čtverec obsahující vše
  - Rekurzivně dělíme na kvadranty, dokud čtverec obsahuje  $>1$  bod
- Zobecnění na více dimenzí
  - Octree ve 3D
  - Ale: stupeň  $2^d$  😞
- Často používaný v praxi ... ale **teoreticky nijak skvělý**
- Kolik má uzlů (čtverců)? Jaká je hloubka?
- Quadtree (2D) s kompresí cest:
  - Smažeme uzly s třemi prázdnými listy (přepojíme)



Autor: David Eppstein (public domain)

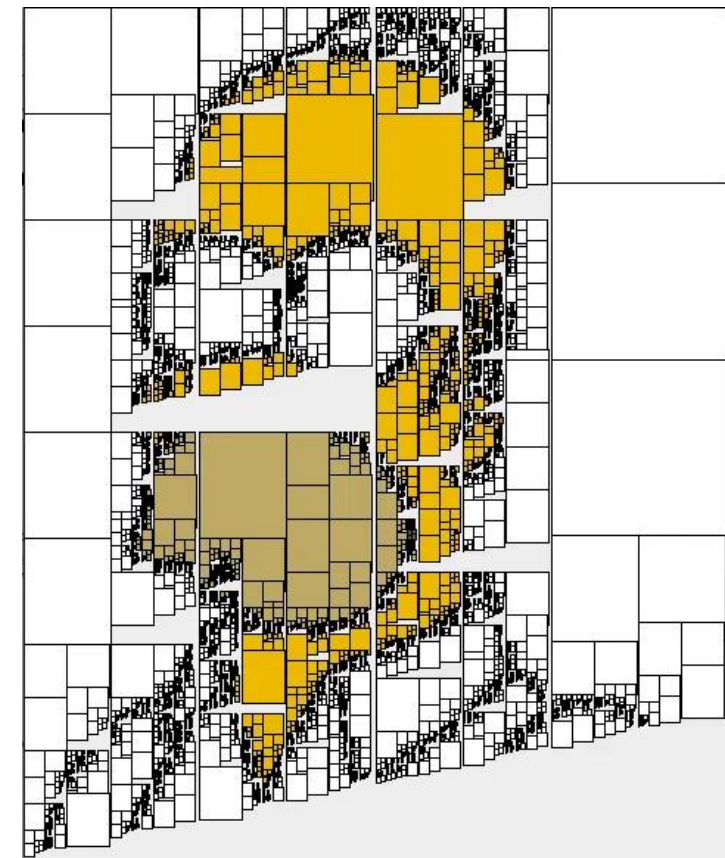
# Shrnutí a plán

- Geometrické DS mají často **exponenciální závislost na dimenzi**  
– „curse of dimensionality“

Po Vánocích: paralelní DS bez  
zámků



Hezké informatické  
svátky!



Zdroj: [digitalist-alex.blogspot.com/2011/03/quadtree-art.htm](http://digitalist-alex.blogspot.com/2011/03/quadtree-art.htm)