

**PŘÍKLAD PRVNÍ**      **Jak tvrdé je vajíčko?** Máme 102-patrový mrakodrap (např. Empire State Building) a víme, že hodíme-li vajíčko z alespoň  $K$ -tého patra, rozbije se. Jak zjistit  $K$  na co nejméně pokusů (v nejhorším případě), máme-li k dispozici

- a) jedno vajíčko,
- b) neomezeně mnoho vajíček,
- c) dvě vajíčka,
- d) [bonus: tři vajíčka, popř. obecně  $v \in \mathbb{N}$  vajíček]

Úlohu můžete řešit i pro obecný počet  $N$  pater.

(Pokus = hození vajíčka z nějakého patra. Vajíčko může být speciální, o hodnotě  $K$  tedy nelze nic předpokládat.)

**PŘÍKLAD DRUHÝ**      **Součet dvojice.** Na vstupu je setříděné pole délky  $N$  a číslo  $K$ . Vymyslete algoritmus, který v poli najde co nejefektivněji dvojici čísel, jež mají součet přesně  $K$ , případně vrátí, že tam taková dvojice není. Pokud je takových dvojic více, stačí vrátit jednu libovolnou.

**PŘÍKLAD TŘETÍ**      **Nejbohatší úsek.** Máme zadanou posloupnost celých čísel  $x_1, \dots, x_n$  a chceme v ní nalézt úsek (tj. souvislou podposloupnost), jehož součet je největší možný.

**PŘÍKLAD ČTVRTÝ**      **Součet úseku.** Máme zadanou posloupnost *kladných* celých čísel  $x_1, \dots, x_n$  a chceme v ní nalézt úsek se součtem *přesně*  $K$  pro zadané  $K$ .

[Bonus: co když máme na vstupu i záporná čísla?]

**PŘÍKLAD PÁTÝ**      **Nejdelší Collatz.** Zavedeme jednoduché pravidlo, které pro každé číslo dá nějaké další číslo, a takto získáme jistou posloupnost.

$n \rightarrow n/2$  je-li  $n$  sudé,  $n \rightarrow 3n + 1$  je-li  $n$  liché.

Začneme-li s číslem 13, dostaneme tuto posloupnost:

$13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

(Tzv. *Collatzova domněnka* říká, že ať začneme v jakémkoliv čísle, dojdeme nakonec do jedničky. Zatím se ji nikomu nepodařilo dokázat – čeká na vás! :-)

Jak co nejrychleji přijít na to, které číslo pod jeden milion (či obecně  $n$ ) vyprodukuje nejdelší řetězek, než dojde do jedničky?