

7. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Permutace a tělesa

PŘÍKLAD PRVNÍ Pro následující permutaci p určete grafy, cykly, rozklad na transpozice, počet inverzí, znaménko, inverzní permutaci. (Pro q to samé nemusíte dělat.) Dále určete složení permutací $p \circ q$ a $q \circ p$.

$$p = (6, 4, 1, 5, 3, 2)$$

$$q = (6, 4, 3, 2, 5, 1)$$

PŘÍKLAD DRUHÝ Mějme permutaci zadanou cykly:

$$p = (1, 3, 4)(2, 5)(6, 11, 10, 9, 8, 7)$$

Spočítejte p^9 a p^{-14} .

Pro jakou nejmenší mocninu $k \geq 1$ dostaneme $p^k = id$?

PŘÍKLAD TŘETÍ Ukažte, že \mathbb{C} spolu s násobením a sčítáním je těleso.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Řešte soustavu rovnic v \mathbb{Z}_5 , \mathbb{Z}_7 a \mathbb{R} :

$$x + 2y + 4z = 3$$

$$3x + 1y + 2z = 4$$

$$2x + 4y + z = 3$$

PŘÍKLAD PÁTÝ Spočítejte inverzní matici k matici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ v \mathbb{Z}_7 .

PŘÍKLAD ŠESTÝ Zkuste vymyslet, jak jednoduše najít inverzní prvek k prvku $a \neq 0$ v tělese \mathbb{Z}_p (pro p prvočíslo).

PŘÍKLAD SEDMÝ Najděte těleso, které má právě 4 prvky. Dokažte, že je to těleso dle definice tělesa.