

4. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Regularita a inverzní matice

PŘÍKLAD PRVNÍ

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Z minula: Najděte všechny matice, které komutují s maticí

PŘÍKLAD DRUHÝ

Vypočtěte inverzní matici k následující matici:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

PŘÍKLAD TŘETÍ

Ukažte, že inverzní matice je určena jednoznačně.

PŘÍKLAD ČTVRTÝ

Ukažte, že součin dvou regulárních matic je regulární. (Najdete-li jedno zdůvodnění, zkuste najít ještě druhé.)

PŘÍKLAD PÁTÝ

Ukažte, že pokud $A^2 - A + I_n = 0$, pak matice A je regulární.

PŘÍKLAD ŠESTÝ

Vyřešte maticovou rovnici pro neznámou (regulární) matici X :

$$((X^{-1}A^{-1})^T - (B^T)^{-1})B^{-1} = 0,$$

kde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ a $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ -5 & -4 & -6 \\ 3 & 10 & -2 \end{pmatrix}$.

PŘÍKLAD SEDMÝ

Dokažte následující vztahy pro reálné číslo α a matice A , B a C typu $n \times n$:

1. $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
2. $(A + B)^T = A^T + B^T$
3. $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
4. $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
5. $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ (pro A regulární)