

Z každé sekce zkuste vyřešit aspoň jednu úlohu.

### Exponenciální rozdělení.

1. Předpokládejme, že u poštovní přepážky trvá vyřízení jednoho klienta čas, který má exponenciální rozdělení a střední hodnotu 4 minuty.
  - a) Jaký je parametr  $\lambda$ ?
  - b) Jaká je distribuční funkce?
  - c) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat více než 4 minuty?
  - d) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat něco mezi 3 a 5 minutami?
2. Střední doba života pevného disku je 4 roky. Předpokládejme, že tato doba je popsána náhodnou veličinou s exponenciálním rozdělením.<sup>1</sup>
  - a) Jaká je pravděpodobnost, že disk selže během prvních tří let?
  - b) Jaká je pravděpodobnost, že vydrží alespoň deset let?
  - c) Po jaké době se rozbije 10 % disků?

### Normální rozdělení.

3. Nechť  $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Pomocí tabulky distribuční funkce  $\mathcal{N}(0, 1)$  určete  $\Pr[|Z| \leq 1]$ ,  $\Pr[|Z| \leq 2]$  a  $\Pr[|Z| \leq 3]$ . Přepište, co to znamená pro náhodnou veličinu  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ .
4. Budeme modelovat množství bodů, které získáme ze stobodové písemky, pomocí normálního rozdělení se střední hodnotou 60 a směrodatnou odchylkou 10.
  - a) Jaká je pravděpodobnost, že model určí, že jsme získali záporný počet bodů z písemky?
  - b) Jaká je pravděpodobnost, že dostaneme mezi 81 a 100 body?

### Práce s distribuční funkcí.

5. Metrový klacek rozložíme na dva kusy lomem v uniformně náhodném bodě. Nechť  $X$  měří délku delší části.
  - a) Jaké je rozdělení  $X$ ?<sup>2</sup>
  - b) Kolik je  $E[X]$ ?
6. Pro jistý problém máme dva (randomizované) algoritmy, algoritmus  $A$  a algoritmus  $B$ . Algoritmus  $C$  spočívá v tom, že s pravděpodobností  $p$  pustí algoritmus  $A$  a s pravděpodobností  $1-p$  pustí algoritmus  $B$ . Nechť  $X$  měří dobu běhu algoritmu  $A$ ,  $Y$  měří dobu běhu algoritmu  $B$  a  $Z$  měří dobu běhu algoritmu  $C$ .
  - a) Určete  $F_Z$ , známe-li  $F_X$  a  $F_Y$ .
  - b) Určete  $f_z$  pomocí  $f_X$  a  $f_Y$  za předpokladu, že  $f_X$  a  $f_Y$  jsou spojité funkce.

<sup>1</sup> To není realistický předpoklad, vizte například <https://www.backblaze.com/blog/how-long-do-disk-drives-last/>.

<sup>2</sup> Tedy určete  $F_X$ .