

Z každé sekce zkuste vyřešit aspoň jednu úlohu.

### Spojité náhodné veličiny

1. Pro spojitou náhodnou veličinu  $X$  s distribuční funkcí  $F_X$  vyjádřete
  - a)  $\Pr[X \in (0, 1]]$ ,
  - b)  $\Pr[X > 0]$ ,
  - c)  $\Pr[X < 0]$ ,
  - d)  $\Pr[X \in [0, 1]]$ ,
2. Zadání je stejné jako v úloze 1, ale místo distribuční funkce máte k dispozici pravděpodobnostní funkci  $f_x$ .
3. Nechť  $X$  je spojitá náhodná veličina. Vyjádřete pomocí  $F_X$  distribuční funkci náhodných veličin
  - a)  $-X$ ,
  - b)  $X^+ = \max(0, X)$ ,
  - c)  $X^- = -\min(X, 0)$ ,
  - d)  $|X| = X^+ + X^-$ .

### Modelování pomocí náhodných veličin.

4. Házíme na kruhový terč o poloměru 1 (libovolné jednotky). Předpokládejme, že každý bod v terči má stejnou pravděpodobnost zásahu. Přesněji řečeno, každá podmnožina má pravděpodobnost úměrnou své ploše. Označme  $X$  vzdálenost od středu.
  - a) Najděte distribuční funkci  $F_X$ .
  - b) Najděte hustotní funkci  $f_X$ .
  - c) Zjistěte  $\mathbb{E}[X]$ ,  $\text{Var}[X]$  a  $\sigma_X$ .
5. Předpokládejme, že u poštovní přepážky trvá vyřízení jednoho klienta čas, který má exponenciální rozdělení a střední hodnotu 4 minuty.
  - a) Jaký je parametr  $\lambda$ ?
  - b) Jaká je distribuční funkce?
  - c) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat více než 4 minuty?
  - d) Jaká je pravděpodobnost, že budeme čekat něco mezi 3 a 5 minutami?
6. Střední doba života pevného disku je 4 roky. Předpokládejme, že tato doba je popsána náhodnou veličinou s exponenciálním rozdělením.<sup>1</sup>
  - a) Jaká je pravděpodobnost, že disk selže během prvních tří let?
  - b) Jaká je pravděpodobnost, že vydrží alespoň deset let?
  - c) Máme  $n$  disků, po jaké době se rozbije alespoň  $\frac{n}{10}$  disků?

<sup>1</sup> To není realistický předpoklad, vizte například <https://www.backblaze.com/blog/how-long-do-disk-drives-last/>.