

1. Dokažte, že libovolné rovinné nakreslení grafu na $n \geq 3$ vrcholech, který neobsahuje trojúhelník, má maximálně $n - 2$ stěn.
2. Pro jaké hodnoty k existuje rovinný graf, který má všechny vrcholy stupně k ? Pokud existuje, nakreslete jej.
Bonus. Pokud existuje, dokázali byste jej najít pro nekonečně mnoho hodnot $|V|$, tj. pro nekonečně mnoho velikostí grafů?
3. Nechť G je rovinný graf, který má n vrcholů, m hran a k komponent souvislosti. Kolik stěn bude mít jeho nakreslení?
4. Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.
5. Dokažte větu o čtyřech barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.
6. Ukažte, že pokud má rovinný graf sudé stupně, pak jeho duál jde obarvit nejvýše dvěma barvami.
7. Graf se nazývá *vnějškově rovinný* (anglicky *outerplanar*), pokud se dá nakreslit tak, aby všechny vrcholy sousedily se vnější stěnou. Kolik může takový graf mít maximálně hran vzhledem k počtu vrcholů?
8. Za pomoci Kuratowského věty dokažte, že vnějškově rovinný graf nemůže mít jako podgraf podrozdělení K_4 nebo $K_{2,3}$.