

1. Necht' G je graf a A jeho matice sousednosti. V závislosti na počtu vrcholů a hran určete součet všech prvků A , tj. výraz $\sum_{i,j=1}^n A_{ij}$.
2. Necht' G je graf bez trojúhelníků a A jeho matice sousednosti. Jaké prvky má na hlavní diagonále matice $A^3 = A \times A \times A$.
3. Můžou existovat grafy s následujícím skóre?
 - a) (1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4).
 - b) (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5).
 - c) (1, 1, 2, 3, 3, 6).
 - d) (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3).
 - e) (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3).
4. Dokažte, že graf obsahuje tah procházející všemi vrcholy právě, když je souvislý a buď má všechny stupně sudé, nebo má právě dva vrcholy lichého stupně.
5. Necht' G je orientovaný graf. Dokažte, že následující tvrzení jsou si ekvivalentní:
 - (i) graf G obsahuje uzavřený orientovaný Eulerovský tah,
 - (ii) graf G je silně souvislý a vstupní stupeň je roven výstupnímu stupni u každého vrcholu,
 - (iii) graf G je slabě souvislý a vstupní stupeň je roven výstupnímu stupni u každého vrcholu,
6. Ukažte, že pokud graf obsahuje lichý cyklus jako podgraf, pak také obsahuje indukovaný cyklus jako podgraf. Platí to i pro sudé cykly?
7. Mějme posloupnost čísel $1 \leq d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$. Dokažte, že $\sum_{k=1}^n d_k = 2n - 2$ právě, když existuje strom se skóre (d_1, \dots, d_n) .
8. Uvažme strom takový, že každý vnitřní vrchol (tj. vrcholy, které nejsou listy) má stupeň právě 3. Dokážete najít nějaký vztah mezi počtem vnitřních vrcholů a počtem listů?