1.)

např.

2.)

- Eulerův vzorec:

$$|V| - |E| + |F| = 2$$

- odhad z přednášky pro grafy bez $\triangle$

$$|E| \leq 2|V| - 4$$

$$\left.\right\} \quad |F| = |E| - |V| + 2 \leq 2|V| - 4 - |V| + 2 \leq |V| - 2 \qquad \square$$

3.)

- ukážeme, že k musí být nejvýše 5
- uvažme $k \geq 6$ pro ↯
- princip sudosti

$$\sum_{u \in V} \deg u = 2|E|$$

- víme, že G je k-reg

$$\left.\right\} \quad k \cdot |V| = 2|E|$$

- z přednášky o # hran rov. grafu

$$|E| \leq 3|V| - 6$$

$$\frac{1}{2}k|V| \leq 3|V| - 6$$

$$k|V| \leq 6|V| - 12$$

- kdyby $k \geq 6$, je zle

· pro $k = 5$ ty grafy existují

platónská tělesa, ...

4.

· řešení je $|V| - |E| + |F| = 1 + k$

· dá se odvodit inspekcí dk. Eulerova vzorce

· akorát si uvědomit, že všechny komponenty sdílí vnější stěnu

---

5.

· mějme takový gr.

· musí mít $\leq 3|V| - 6$ hran ≤ 27 hran

· doplněk má aspoň $\binom{11}{2} - (3 \cdot 11 - 6) = 28$ hran

· ale to je víc než $3|V| - 6$

→ nemůže být rovinný

6.

· začneme tím, že doplníme všechny stěny na △ (tzv. triangulace nakreslení)

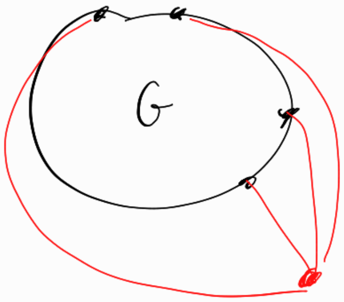
· dá se dokázat, že takový gr musí mít vrchol stupně 2

· pak indukce

7.

· uvažme maximální outerplanar graf

· všechny vrcholy jsou na vnější stěně



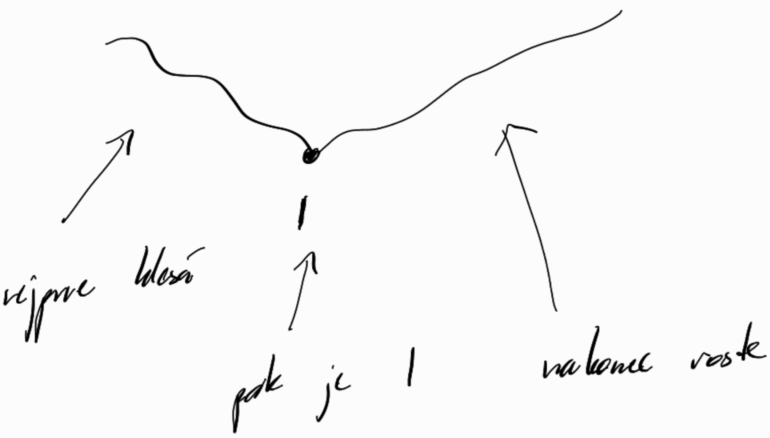
· teď přidáme vrchol napojený na všechno

· dostaneme rovinný gr. → bez K_5 a $K_{3,3}$ jako podrozdělení

· . . . . hotovo

8.

· taková permutace musí vypadat takhle



→ takové permutace je jednoznačně určená obsahem třeba té klesající části → 2^{n-1}