1. Máme f studentů fyziky, m studentů matematiky a i studentů informatiky. Kolika způsoby je lze postavit do řady, aniž by studenti jednoho oboru tvořili jeden souvislý blok?

2. Určete počet permutací s právě jedním pevným bodem.

3*. Uměli byste to i s k pevnými body?

4. Na plese je n manželských párů. Kolika způsoby lze utvořit n tanečních párů, jestliže žádná manželská dvojice netančí spolu.

5. Kolik existuje permutací na n prvcích, ve kterých 1 a n leží na tomtéž cyklu?

6. Kolika způsoby lze dojít z levého dolního rohu do pravého horního rohu šachovnice velikosti $n \times n$, pokud smíme jen směrem nahoru a doprava?

Definice. *Množinový rozklad* množiny M je množina $\{B_1, \dots, B_k\}$, jejíž prvky jsou neprázdné, navzájem disjunktní množiny, jejichž sjednocením je M. Množiny B_i se nazývají *bloky rozkladu*.

7. Kombinatorickou úvahou, tj. ne přímým výpočtem, ale nějakým nápadem, dokažte následující rovnosti:

   a) $n2^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$.

   b) $\binom{n}{k} = \sum_{j=k}^{n-1} \binom{j}{k}$, pro $0 \leq k < n$.

   c) Nechť $B_{n,k}$ značí počet množinových rozkladů množiny $[n]$ s k bloky. Ukažte, že $B_{n,k} = B_{n-1,k-1} + k \cdot B_{n-1,k}$.

   d) $\binom{n+1}{2k+1} = \sum_{j=k}^{n-k} \binom{j}{k}\binom{n-j}{k}$.

   e) $\sum_{j=1}^{n} j \cdot (j!) = (n+1)! - 1$.

   f) $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$.