1. Kolik prvků a jakých mají následující množiny?

   a) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$.

   b) $\bigcup_{i=1}^{5}\{k \in \mathbb{N}; k \leq i\}$.

   c) $\bigcup_{i=1}^{5}\{\{k \in \mathbb{N}; k \leq i\}\}$.

   d) $\left\{\bigcup_{i=1}^{5}\{\{k \in \mathbb{N}; k \leq i\}\}\right\}$.

2. Je pravda, že pro každé dvě množiny X a Y platí $2^X = 2^Y$ právě, když $X = Y$?

3. Jsou následující tvrzení ekvivalentní s $A \subseteq B$?

   a) $A \setminus B = \emptyset$.

   b) $A \cap B = A$.

   c) $A \cup B = B$.

4. Určete, jaké vztahy ($\subseteq, \supseteq, =$) platí mezi následujícími dvojicemi množin.

   a) $A \setminus (A \cup B)$ vs. $A \setminus B$.

   b) $A \times (B \cup C)$ vs. $(A \times B) \cup (A \times C)$.

5. Jaké z *vlastností relací (reflexivní, symetrická, tranzitivní, antisymetrická)* mají následující relace? Jsou to ekvivalence či uspořádání?

   - $R_1 = \{(-2,5),(5,5),(5,-2),(0,0)\}$ na množině $\{-2,0,5\}$.
   - $R_2 = \{(-2,-2),(5,-2),(0,5),(0,0),(0,-2)\}$ na množině $\{-2,0,5\}$.
   - $R_3 = \{(x,y) \in \mathbb{N}^2; x \geq y\}$.
   - $R_4 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x - y \in \mathbb{N}\}$.
   - $R_5 = \{(x,y) \in \{1,\ldots,10\}^2; x$ a y jsou nesoudělné$\}$.
   - $R_6 = \{(x,y) \in \mathbb{N}^2; x \mid y\}$.

6. Najděte relaci na $\{1,2,3,4\}$, která

   a) je současně symetrická i antisymetrická,

   b) není ani symetrická, ani antisymetrická.

7. Jak vypadá relace $R \circ R$, označuje-li R

   a) relaci rovnosti na množině $\mathbb{Z}$,

   b) relaci $\leq$ na $\mathbb{N}$,

   c) relaci $<$ na $\mathbb{N}$,

   d) relaci $<$ na $\mathbb{R}$.

8. Dokažte, že relace $R \subseteq X \times Y$ je tranzitivní právě, když $R \circ R \subseteq R$.

9. Mějme množiny $A = \{1,\ldots,k\}$, $B = \{1,\ldots,\ell\}$.

   a) Kolik existuje *funkcí* z A do B?

b) Kolik existuje *prostých funkcí* z A do B?

c) Kolik existuje *rostoucích funkcí* z A do B? Tedy funkcí f takových, že $f(1) < f(2) < \ldots < f(k)$?