

Matematické dovednosti: výroková logika

1. Negujte následující formule

- (a) $(A \wedge B) \vee (B \Rightarrow C)$
- (b) $(A \Rightarrow (B \wedge \neg C)) \wedge (B \Rightarrow (\neg A \wedge C))$
- (c) $(A \vee B) \Rightarrow ((\neg A \Rightarrow \neg C) \vee (\neg B \Rightarrow \neg C))$

2. Negujte následující výroky:

- (a) Je-li středa a není slunečno, jdu si zaplavat do bazénu.
- (b) Jestliže je na ulici mokro, buď pršelo nebo kolem projel kropicí vůz.
- (c) Pokud je pěkné počasí a já nemusím jít do školy, půjdu na výlet nebo se projedu na kole.
- (d) Nebude-li pršet, nezmoknem.
- (e) Nebude-li pršet, nezmoknem, a když zmokneme, tak zase uschneme.

3. Proveďte obměnu implikací.

- (a) Jestliže prší, jsou ulice mokré.
- (b) Jestliže je dnes státní svátek, nemusím do školy.
- (c) Pokud chodím na přednášky z DM a na přednášky z LA, potom nejsou přednášky z DM a LA ve stejnou dobu.
- (d) Pokud je x sudé číslo nebo je y sudé číslo, pak je součin $x \cdot y$ sudý.
- (e) Jestliže je $x > 1$, je $x^2 > x$.
- (f) Je-li p prvočíslo, je číslo $p^2 - 1$ složené.
- (g) Jsou-li všechny ovce bílé, jsou všechny vrány černé.

4. Pro $X = \{1, 2, 3\}$ a nějaké číslo a přepište následující výroky s kvantifikátory bez kvantifikátorů.

- (a) $\forall x \in X : x > a$
- (b) $\exists x \in X : x > a$

Implikuje jeden z výroků ten druhý? Pro které hodnoty a je pravdivý první výrok a pro které druhý? Negujte oba dva výroky. Uvažujte výroky a jejich negace pro $X = \emptyset$. Určete pro které hodnoty a jsou výroky pravdivé.

5. Přepište slovní tvrzení do formulí s kvantifikátory. Pokud není uvedena doména, použijte množinu všech přirozených čísel.

- (a) Žádné číslo z množiny M není větší než 57.
- (b) Pokud množina M obsahuje všechny dělitele čísla 15, pak M obsahuje i všechny dělitele čísla 27.
- (c) Pro každé číslo z množiny Y platí, že pokud je sudé, potom jeho trojnásobek je také sudý.
- (d) Existuje číslo, které je aspoň tak velké jako všechna čísla z množiny X .
- (e) Pokud každé sudé číslo patří do množiny M , pak žádné sudé číslo nepatří do množiny N .
- (f) Pro každé číslo z množiny A a každé číslo z množiny B platí, že jejich součin je 16.
- (g) Pro žádné číslo z množiny C a žádné číslo z množiny D neplatí, že jejich součin je 7.
- (h) Existuje číslo, jehož každý dělitel je menší než 523.
- (i) Každé číslo x má nějakého dělitele, který není dělitelem žádného jiného čísla než x .
- (j) Pro každé číslo y existuje číslo z množiny K , které je větší než y a které není dělitelné žádným číslem z množiny L .