

# Cvičení z Diskrétní matematiky

## 5. cvičení

1. 11. 2018

1. Kolika způsoby lze postavit do řady 5 Čechů, 4 Slováky a 3 Maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?
2. Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov
  - BAR, DEN, RAZIE
  - ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ
3. Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici  $4 \times 4$  tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?
4. Hostitel pořádá každý večer večeři pro své přátele. Na večeři jsou pozvaní vždy tři hosté. Kolika způsoby může během týdne hostitel pozvat svých 7 přátel, tak že se každý z těchto sedmi přátel alespoň jednou může dostavit?
5. Vašek třikrát hodil spravedlivou šestistěnnou kostkou. Padl mu součet hodů rovný 7.
  - Je pravděpodobnější, že mu v prvním hodu padla jednička nebo dvojka?
  - Jaká je pravděpodobnost, že mu v prvním hodu padla dvojka?
6. Mějme náhodnou posloupnost sta čísel, kdy každé číslo v posloupnosti je 0 nebo 1 a obě možnosti nastávají s pravděpodobností  $1/2$  nezávisle na ostatních členech posloupnosti. Určete střední hodnotu počtu po sobě jdoucích šestic jedniček. (Popř. zobecněte pro posloupnosti  $n$  čísel a po sobě jdoucí  $k$ -tice jedniček.)
7. Úvahou určete, kolikrát je třeba hodit spravedlivou mincí, aby:
  - střední hodnota počtu líců byla 5.
  - pravděpodobnost, že padne alespoň 5 líců byla  $\frac{1}{2}$ .
8. Jste na ulici osloveni podivnou existencí, abyste si s ním zahráli kostky o peníze podle následujících pravidel. Hraje se se třemi kostkami, každá z nich má pět stran prázdných a jen na jedné straně je číslo: první má 7, druhá 11, třetí 13. Vložíte-li do hry 20 korun vyhraje tolik korun, kolik je *součin* čísel, které po hodu uvidíte — v šťastném případě i přes tisícovku. Častěji však nevyhraje nic, to v případě, že všechny tři kostky padly prázdnou stranou vzhůru.  
Vklad se vám zdál moc velký, po chvíli jste ho usmlouvali na 16 korun, a nakonec i po velkých dohadech na 15,50.  
Kdo by při dlouhodobém hraní za těchto pravidel vydělával — vy nebo onen hazardní hráč? (Předpokládejme, že kostky jsou spravedlivé, apod.)

# Cvičení z Diskrétní matematiky

## 5. cvičení

1. 11. 2018

1. Kolika způsoby lze postavit do řady 5 Čechů, 4 Slováky a 3 Maďary tak, aby všichni příslušníci stejného národa nestáli vedle sebe?
2. Kolik existuje pořadí písmen A, B, D, E, I, K, M, N, R, Ů, Z takových, že po vynechání některých písmen nevznikne ani jedno ze slov
  - BAR, DEN, RAZIE
  - ARZEN, DRAK, DŮM, DŮRAZ
3. Kolika způsoby lze umístit osm kamenů na šachovnici  $4 \times 4$  tak, aby se na šachovnici vyskytovaly čtyři kameny ve stejném řádku nebo stejném sloupci?
4. Hostitel pořádá každý večer večeři pro své přátele. Na večeři jsou pozvaní vždy tři hosté. Kolika způsoby může během týdne hostitel pozvat svých 7 přátel, tak že se každý z těchto sedmi přátel alespoň jednou může dostavit?
5. Vašek třikrát hodil spravedlivou šestistěnnou kostkou. Padl mu součet hodů rovný 7.
  - Je pravděpodobnější, že mu v prvním hodu padla jednička nebo dvojka?
  - Jaká je pravděpodobnost, že mu v prvním hodu padla dvojka?
6. Mějme náhodnou posloupnost sta čísel, kdy každé číslo v posloupnosti je 0 nebo 1 a obě možnosti nastávají s pravděpodobností  $1/2$  nezávisle na ostatních členech posloupnosti. Určete střední hodnotu počtu po sobě jdoucích šestic jedniček. (Popř. zobecněte pro posloupnosti  $n$  čísel a po sobě jdoucí  $k$ -tice jedniček.)
7. Úvahou určete, kolikrát je třeba hodit spravedlivou mincí, aby:
  - střední hodnota počtu líců byla 5.
  - pravděpodobnost, že padne alespoň 5 líců byla  $\frac{1}{2}$ .
8. Jste na ulici osloveni podivnou existencí, abyste si s ním zahráli kostky o peníze podle následujících pravidel. Hraje se se třemi kostkami, každá z nich má pět stran prázdných a jen na jedné straně je číslo: první má 7, druhá 11, třetí 13. Vložíte-li do hry 20 korun vyhraje tolik korun, kolik je *součin* čísel, které po hodu uvidíte — v šťastném případě i přes tisícovku. Častěji však nevyhraje nic, to v případě, že všechny tři kostky padly prázdnou stranou vzhůru.  
Vklad se vám zdál moc velký, po chvíli jste ho usmlouvali na 16 korun, a nakonec i po velkých dohadách na 15,50.  
Kdo by při dlouhodobém hraní za těchto pravidel vydělával — vy nebo onen hazardní hráč? (Předpokládejme, že kostky jsou spravedlivé, apod.)