ADS cvičení 7 - Kostry

4.4.2018

1. Upravte definici kostry, aby d8vala smysl i pro nesouvislé grafy.
2. Dokažte, že mosty v grafu jsou právě ty hrany, které leží v průniku všech koster.
3. Rozmyslete si, že předpoklad unikátních vah není na škodu obecnosti. Ukažte, jak pomocí algoritmu, který unikátnost předpokládá, nalézt jednu z minimálních koster grafu s neunikátními vahami.
4. Změníme-li váhu jedné hrany, jak se změní minimální kostra?
5. Známe-li minimální kostru, jak najít druhou nejmenší.
6. Dokažte, že Jarníkův algoritmus funguje i pro grafy, jejichž váhy nejsou unikátní.
7. Unikátnost vah je u Borůvkova algoritmu důležitá, protože jinak by v kostře mohl vzniknout cyklus. Najděte příklad grafu, kde se to stane. Jak přesně pro takové grafy selže důkaz správnosti? Jak algoritmus opravit?
8. Fungoval by Kruskalův algoritmus i pro neunikátní váhy hran?
9. Vymyslete algoritmus na hledání kostry grafu, v němž jsou váhy hran přirozená čísla od 1 do 5.
10. Rozmyslete si, jak v případě, kdy váhy nejsou unikátní, najít *všechny* minimální kostry. Jelikož koster může být mnoho (pro úplný graf s jednotkovými vahami je jich n^{n-2}), snažte se o co nejlepší složitost v závislosti na velikosti grafu a počtu minimálních koster.
11. Mějme strom na množině $\{1, \ldots, n\}$ s ohodnocenými hranami. Metrika stromu je matice, která na pozici i, j udává vzdálenost mezi vrcholy i a j. Vymyslete algoritmus, jenž sestrojí strom se zadanou metrikou, případně odpoví, že takový strom neexistuje.
12. Jak hledat minimální kostru za předpokladu, že se určené vrcholy musí stát jejími listy? Jako další listy můžete využívat i neoznačené vrcholy.

ADS cvičení 7 - Kostry

4.4.2018

1. Upravte definici kostry, aby d8vala smysl i pro nesouvislé grafy.
2. Dokažte, že mosty v grafu jsou právě ty hrany, které leží v průniku všech koster.
3. Rozmyslete si, že předpoklad unikátních vah není na škodu obecnosti. Ukažte, jak pomocí algoritmu, který unikátnost předpokládá, nalézt jednu z minimálních koster grafu s neunikátními vahami.
4. Změníme-li váhu jedné hrany, jak se změní minimální kostra?
5. Známe-li minimální kostru, jak najít druhou nejmenší.
6. Dokažte, že Jarníkův algoritmus funguje i pro grafy, jejichž váhy nejsou unikátní.
7. Unikátnost vah je u Borůvkova algoritmu důležitá, protože jinak by v kostře mohl vzniknout cyklus. Najděte příklad grafu, kde se to stane. Jak přesně pro takové grafy selže důkaz správnosti? Jak algoritmus opravit?
8. Fungoval by Kruskalův algoritmus i pro neunikátní váhy hran?
9. Vymyslete algoritmus na hledání kostry grafu, v němž jsou váhy hran přirozená čísla od 1 do 5.
10. Rozmyslete si, jak v případě, kdy váhy nejsou unikátní, najít *všechny* minimální kostry. Jelikož koster může být mnoho (pro úplný graf s jednotkovými vahami je jich n^{n-2}), snažte se o co nejlepší složitost v závislosti na velikosti grafu a počtu minimálních koster.
11. Mějme strom na množině $\{1, \ldots, n\}$ s ohodnocenými hranami. Metrika stromu je matice, která na pozici i, j udává vzdálenost mezi vrcholy i a j. Vymyslete algoritmus, jenž sestrojí strom se zadanou metrikou, případně odpoví, že takový strom neexistuje.
12. Jak hledat minimální kostru za předpokladu, že se určené vrcholy musí stát jejími listy? Jako další listy můžete využívat i neoznačené vrcholy.