

# ADS cvičení 6 - Nejkratší cesty

28.3.2018

1. Popište rozdíl mezi cestou a sledem v neorientovaném grafu. Co se změní, bude-li se jednat o acyklický orientovaný graf?
2. Navrhněte algoritmus pro výpočet vzdálenosti  $d(u, v)$ , který bude postupně počítat čísla  $d_i(u, v)$  - nejmenší délka  $uv$ -sledu o nejvýše  $i$  hranách. Jaké časové složitosti jste dosáhli?
3. Mějme mapu města, která má časem potřebným na průjezd ohodnocené nejen hrany (silnice), ale také vrcholy (křižovatky). Upravte Dijkstrův algoritmus, aby našel nejrychlejší cestu i v tomto případě.
4. Ukažte příklad grafu s celočíselně ohodnocenými hranami, na kterém Dijkstrův algoritmus běží exponenciálně dlouho.
5. Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo?
6. Upravte Bellmanův-Fordův algoritmus, aby uměl detekovat záporný cyklus dosažitelný z vrcholu  $v_0$ . Uměli byste tento cyklus vypsát?
7. Jak z výsledku Floydova-Warshallova algoritmu zjistíme, kudy nejkratší cesta mezi nějakými dvěma vrcholy vede?
8. Mějme mapu města ve tvaru orientovaného grafu. Každou hranu ohodnotíme podle toho, jaký nejvyšší kamion po dané ulici může projet. Po cestě tedy projede maximálně tak vysoký náklad, kolik je minimum z ohodnocení jejich hran. Jak pro zadané dva vrcholy najít cestu, po níž projede co nejvyšší náklad?
9. V Tramtárii jezdí po železnici samé rychlíky, které nikde po cestě nestaví. V jízdním řádu je pro každý rychlík uvedeno počáteční a cílové nádraží, čas odjezdu a čas příjezdu. Nyní stojíme v čase  $t$  na nádraží  $a$  a chceme se co nejrychleji dostat na nádraží  $b$ . Navrhněte algoritmus, který najde takové spojení.

# ADS cvičení 6 - Nejkratší cesty

28.3.2018

1. Popište rozdíl mezi cestou a sledem v neorientovaném grafu. Co se změní, bude-li se jednat o acyklický orientovaný graf?
2. Navrhněte algoritmus pro výpočet vzdálenosti  $d(u, v)$ , který bude postupně počítat čísla  $d_i(u, v)$  - nejmenší délka  $uv$ -sledu o nejvýše  $i$  hranách. Jaké časové složitosti jste dosáhli?
3. Mějme mapu města, která má časem potřebným na průjezd ohodnocené nejen hrany (silnice), ale také vrcholy (křižovatky). Upravte Dijkstrův algoritmus, aby našel nejrychlejší cestu i v tomto případě.
4. Ukažte příklad grafu s celočíselně ohodnocenými hranami, na kterém Dijkstrův algoritmus běží exponenciálně dlouho.
5. Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo?
6. Upravte Bellmanův-Fordův algoritmus, aby uměl detekovat záporný cyklus dosažitelný z vrcholu  $v_0$ . Uměli byste tento cyklus vypsát?
7. Jak z výsledku Floydova-Warshallova algoritmu zjistíme, kudy nejkratší cesta mezi nějakými dvěma vrcholy vede?
8. Mějme mapu města ve tvaru orientovaného grafu. Každou hranu ohodnotíme podle toho, jaký nejvyšší kamion po dané ulici může projet. Po cestě tedy projede maximálně tak vysoký náklad, kolik je minimum z ohodnocení jejich hran. Jak pro zadané dva vrcholy najít cestu, po níž projede co nejvyšší náklad?
9. V Tramtárii jezdí po železnici samé rychlíky, které nikde po cestě nestaví. V jízdním řádu je pro každý rychlík uvedeno počáteční a cílové nádraží, čas odjezdu a čas příjezdu. Nyní stojíme v čase  $t$  na nádraží  $a$  a chceme se co nejrychleji dostat na nádraží  $b$ . Navrhněte algoritmus, který najde takové spojení.