1. Alenka má o tři jablíčka víc než Bohouš. Pokud bychom dali každému z nich jedno jablíčko, měla by Alenka dokonce dvakrát tolik jablíček než Bohouš. Sestavte soustavu lineárních rovnic a vyřešte.

   Pro danou soustavu rovnic $Ax = b$, co se stane s řešením x, když

   (a) Prohodíme dvě rovnice (změníme pořadí rovnic).
   (b) Vynásobíme jednu rovnici nenulovým číslem.
   (c) Přičteme jednu rovnici k druhé.

   Nakreslete, co se děje s průsečíky přímek a co se děje se sloupcovým pohledem na věc, když provádíme ekvivalentní řádkové úpravy.

   Co se děje s řešením, pokud předchozí (prohození, násobení a přičtení) provádíme se sloupci?

   Pro zamyšlení: je zbytečné, pokud by byly dvě rovnice stejné, nebo jedna rovnice násobkem druhé, nebo jedna rovnice součtem jiných dvou? Je zbytečný nějaký sloupec, pokud by byl stejný jako jiný, násobkem jiného či součtem jiných dvou?

2. Počítejte řešení následujících soustav rovnic:

$$\begin{aligned}
3x_1+2x_2+\ x_3 &= \ 5\\
2x_1+3x_2+\ x_3 &= \ 1\\
2x_1+\ x_2+3x_3 &= 11\\
5x_1+5x_2+2x_3 &= \ 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x_1+2x_2+8x_3-3x_4+9x_5 &= 2\\
2x_1+2x_2+4x_3-\ x_4+3x_5 &= 2\\
x_1+\ x_2+3x_3-2x_4+3x_5 &= 1\\
3x_1+3x_2+5x_3-2x_4+3x_5 &= 1
\end{aligned}$$

3. Nalezněte aspoň jedno netriviální řešení soustavy $Ax = 0$. Proveďte zkoušku i s případnými parametry. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \\ 7 & 6 & 10 & 7 \end{pmatrix}$

Příklady pro početně zdatné:

---

4. Pokud soustava rovnic má řešení, tak ho umíme najít a umíme ověřit, že řešení je řešením (zkouška). Tedy jedno takové řešení je “svědek” toho, že soustava je řešitelná. Vymyslete “svědka” toho, že soustava žádné řešení nemá. (Poznámka: se “svědky” neboli certifikáty něčeho se v informatice velice často setkáváme, například v teorii složitosti.)