

1. Vyberte největší nezávislou podmnožinu z následující množiny a tu doplňte na bázi, počítejte nad \mathbb{Z}_5 .

$$M = \{x^3 + 2x + 1, 2x^2 + 2, 3x^3 + 2x^2 + x, 4x^3 + 3x + 4\}$$

2. Dokažte, že lineární zobrazení je plně určeno tím, kam zobrazíme bázevé vektory. Tedy pokud máme zadáno $f(b_i) = b'_i$ pro b_1, \dots, b_n bázi umíme jednoznačně určit $f(v)$ pro libovolný vektor v .
3. Jak souvisí lineární zobrazení se souřadnicemi a převody mezi bázemi...?
4. Jakému lineárnímu zobrazení odpovídá zobrazení $x \mapsto Ax$?
5. Dokažte, že derivace polynomu je lineární zobrazení. Napište matici derivace pro prostor reálných polynomů stupně nejvýš pět. Jak určíte matici druhé derivace?
6. Určete matice lineárních zobrazení v rovině.
 - identita
 - symetrie podle osy x
 - symetrie podle osy y
 - zvětšení
 - rotace okolo počátku souřadnic
 - zvětšení podle osy x
 - zkosení
7. Určete matici lineárního zobrazení $f: \mathbb{Z}_5^3 \rightarrow \mathbb{Z}_5^2$, o kterém víte: $f((1, 2, 3)^T) = (1, 2)^T$
 $f((3, 2, 1)^T) = (2, 1)^T$ $f((4, 4, 3)^T) = (0, 2)^T$
 - Je toto zobrazení prosté?
 - Pokud není prosté, najděte kolizi (tj. dva různé vektory takové, že $f(x_1) = f(x_2)$).
 - Je na?