

1. Určete podle Gramm-Schmidtova předpisu ortonormální bázi řádkových prostorů následujících matic:

$$(a) \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 4 \\ 6 & -5 & 3 & 6 \\ -4 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Určete bázi ortogonálního doplňku řádkového prostoru matice  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ .

3. Pomocí projekce najděte nejlepší přibližné řešení soustavy  $Ax = b$ , kde  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 2 & -4 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ ,

$$b = (10, 5, 13, 9)^T$$

Všimněte si, že sloupce matice  $A$  jsou vzájemně kolmé. O kolik je vaše řešení špatně (tj. spočítejte  $b - Ax$ )? (Metoda nejmenších čtverců se často používá, když jsou chyby hodně malé – ale s takovými se na cvičení na papíře špatně počítá). Vyjdou stejná řešení jako řešení soustavy  $A^T Ax = A^T b$ ?

4. Povídání o determinantech – geometrická intuice a proč je tam znaménko permutace. Opakování definice a jak se počítají.

Počítání determinantů matic  $2 \times 2$  a vliv ekvivalentních úprav na ně. Geometrická intuice v rovině.

5. Spočítejte derminanty následujících reálných matic:

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 18 & 11 & 11 \\ 11 & 11 & 11 \\ 11 & 11 & 24 \end{pmatrix}$$