

- Mějme dva vektory $(2, 5)^T, (3, 1)^T$, co musíme odečíst od prvního, aby byl kolmý na druhý?
Co musíme odečíst od druhého aby byl kolmý na první?
- Určete podle Gramm-Schmidtova předpisu ortonormální bázi řádkových prostorů následujících matic:

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 4 \\ 6 & -5 & 3 & 6 \\ -4 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

- Dokažte, že reálná norma definovaná skalárním součinem ($\|x\| = \sqrt{\langle x|x \rangle}$) splňuje rovnoběžníkové pravidlo, tedy $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$.
Může být norma $\|x\|_1 = \sum |x_i|$ nebo norma $\|x\|_\infty = \max |x_i|$ dána skalárním součinem?
- Ukažte, že sloupce Hadamardovy matice $H_m \in \mathbb{R}^{2^m \times 2^m}$ definované jako

$$H_0 = (1),$$

$$H_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} H_{m-1} & H_{m-1} \\ H_{m-1} & -H_{m-1} \end{pmatrix},$$

jsou ortonormální.

Pro zvědavé Kontrola maticového násobení: máte program, který tvrdí, že umí násobit matice rychle. Stačí skontrolovat $Cx = A(Bx)$ kde C je výstup programu po násobení AB a x je náhodný $\{0, 1\}$ vektor správné délky. Dokažte, že pak pokud je C špatně, pak s pravděpodobností aspoň polovina rovnost $Cx = ABx$ neplatí.