

1. Vyzkoušejte, zda řádkový a sloupcový prostor mají stejnou dimenzi (počítejte nad  $\mathbb{Z}_{11}$ ). Jak

s tím souvisí dimenze kernelu?  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 9 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

2. V prostoru  $\mathbb{R}^4$  určete souřadnice vektoru  $[u_i]_X$  vzhledem k uspořádané bázi

$$X = ((1, -3, 7, 2)^T, (3, 2, 1, -4)^T, (0, -1, 4, -3)^T, (-2, 4, -3, 0)^T)$$

pro vektory  $u_1 = (2, 2, 9, -5)^T$ ,  $u_2 = (-7, 2, 9, -8)^T$  a  $u_3 = (4, -42, 31, 20)^T$ .

3. Mějme dvě báze prostoru  $\mathbb{Z}_5^4$ :  $A = \{(1, 2, 0, 1)^T, (4, 1, 3, 1)^T, (3, 1, 3, 4)^T, (2, 0, 2, 2)^T\}$  a  $B = \{(1, 2, 3, 1)^T, (4, 4, 1, 1)^T, (2, 0, 2, 1)^T, (3, 1, 4, 0)^T\}$ . Jak souřadnice vektoru v jedné bázi převedeme na souřadnice toho samého vektoru v jiné bázi?

4. Rozhodněte, zdali prostory  $U_i$  a  $V_i$  jsou v inkluzi a pokud ano, nalezněte takovou bázi většího z nich, aby rozšiřovala bázi menšího.

Tyto podprostory  $\mathbb{Z}_5^7$  jsou definovány následovně:

- (a)  $U_1 = \mathcal{L}((4, 1, 0, 3, 4, 0, 0)^T, (4, 3, 1, 0, 2, 3, 1)^T, (4, 1, 4, 0, 3, 2, 4)^T, (2, 4, 1, 4, 4, 3, 1)^T, (0, 4, 3, 2, 2, 4, 3)^T)$   
 $V_1 = \{(x_1, \dots, x_7)^T \in \mathbb{Z}_5^7 : x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 + x_6 + 2x_7 = 0, 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 + 4x_5 + 2x_6 + 4x_7 = 0, 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_5 + 2x_7 = 0\}$
- (b)  $U_2 = \mathcal{L}((1, 2, 4, 2, 3, 1, 2)^T, (2, 3, 4, 1, 2, 1, 3)^T, (3, 4, 1, 1, 4, 1, 4)^T, (4, 0, 2, 3, 3, 4, 1)^T, (4, 3, 1, 3, 2, 3, 2)^T)$   
 $V_2 = \{(x_1, \dots, x_7)^T \in \mathbb{Z}_5^7 : x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 + 2x_6 + 3x_7 = 0, 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 + x_7 = 0, x_1 + x_2 + 3x_3 + x_6 = 0\}$

5. Lineární zobrazení teorie, skládání. . .

6. Určete matice následujících lineárních zobrazení v rovině ( $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ) vůči kanonické bázi  $K$ .

- osová souměrnost podle osy 1. a 3. kvadrantu.
- otočení o  $90^\circ$  kolem počátku proti směru hodinových ručiček.
- otočení o úhel  $\alpha$  kolem počátku proti směru hodinových ručiček (první osa je vodorovná, druhá svislá).
- projekce na první souřadnici  $p_1 : (x, y) \rightarrow (x, 0)$ .

7. Odvoďte součtové vzorce pro  $\sin(\alpha + \beta)$  a  $\cos(\alpha + \beta)$  užitím matic zobrazení.