

1. Umíte rozložit matici na součin dolní a horní trojúhelníkové matice?
2. Uveďte různé podmínky pro regularitu matice. Je matice s jedním nulovým sloupcem (řádkem) regulární?
3. Ukažte, že součin regulárních matic je regulární.
4. Porovnejte množiny řešení soustav $Ax = b$ a $(QA)x = Qb$ pro
 - (a) Q regulární
 - (b) Q singulární
5. Ukažte, že jsou-li $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ a $x' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_n)^T$ dvě řešení dané soustavy lineárních rovnic, je také řešením i $\alpha x + (1-\alpha)x' = (\alpha x_1 + (1-\alpha)x'_1, \alpha x_2 + (1-\alpha)x'_2, \dots, \alpha x_n + (1-\alpha)x'_n)^T$ pro libovolné reálné číslo α . Zobecněte tuto úvahu i pro více různých řešení $x, x', \dots, x^{(k)}$ dané soustavy.
6. Najděte inverzní matici k matici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

7. Pro libovolnou nesymetrickou čtvercovou matici A zkonstruujte symetrickou matici B tak, že jejich součin nekomutuje, t.j. $AB \neq BA$. Komutuje součin matic pokud jsou obě matice symetrické?
8. Dokažte, anebo vyvráťte, zdali pro matice A, B, C a $\mathbf{0}$ stejného řádu a reálná čísla α, β platí:

• $A + (B + C) = (A + B) + C$	• $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
• $A + B = B + A$	• $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$
• $A + \mathbf{0} = A$	• $\alpha A + \beta B = (\alpha + \beta)(A + B)$
• $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$	• $(A^T)^T = A$
• $\alpha(\beta A) = \beta(\alpha A)$	• $A^T A$ je symetrická
• $A + (-1)A = \mathbf{0}$	• $(A + B)^T = A^T + B^T$
• $1A = A$	• $(\alpha A)^T = \alpha(A^T)$
• $A(B + C) = AB + AC$	• $A \cdot I_n = A$