1. Počítejte řešení následujících soustav rovnic:

$$\begin{aligned}
-x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= 1\\
2x_1 - x_2 + 4x_3 - 7x_4 &= 0\\
-x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 &= -3\\
-x_1 + 2x_2 - 5x_3 + 5x_4 &= 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_2 + x_4 &= 1\\
3x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= -2\\
x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 2\\
x_1 - x_3 &= 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 1\\
x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0\\
5x_1 - 9x_2 + 5x_3 &= 1
\end{aligned}$$

2. Vymyslete, jak reprezentovat elementární úpravy násobením matic. Umíte rozložit matici na součin dolní a horní trojúhelníkové matice?
3. Vymyslete, jak rychle mocnit číslo. Například spočítejte (na papíře), kolik je 3^{16} s použitím co nejméně násobení. Co by bylo třeba upravit, kdybychom měli exponent, který není mocninou dvojky?
4. Vymyslete, jak násobením matic reprezentovat počítání Fibonacciho čísel. Fibonacciho čísla jsou daná jako $F_1 = F_2 = 1$ a pak $F_i = F_{i-2} + F_{i-1}$. Jak bychom to mohli použít k jejich rychlému počítání? (Nápověda: obdobný postup jako v předchozím příkladě.)
5. Invertujte následující matice: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0\\ 1 & 2 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
6. Naučte se počítat v $GF(p)$ (také značeno $\mathbb{Z}_p$) pro p prvočíslo.

Příklady pro početně zdatné:

---

7. Pokud soustava rovnic má řešení, tak ho umíme najít a umíme ověřit, že řešení je řešením (zkouška). Tedy jedno takové řešení je “svědek” toho, že soustava je řešitelná. Vymyslete “svědka” toho, že soustava žádné řešení nemá. (Poznámka: se “svědky” neboli certifikáty něčeho se v informatice velice často setkáváme, například v teorii složitosti.)