

1. **Záporné cykly** Upravte Bellmanův-Fordův algoritmus, aby uměl detekovat záporný cyklus dosažitelný z vrcholu v_0 . Uměli byste tento cyklus vypsat?
2. **Rekonstrukce cesty** Jak z výsledku Floydova-Warshallova algoritmu zjistíme, kudy nejkratší cesta mezi nějakými dvěma vrcholy vede?
3. **Rychlíky v Tramtárii** V Tramtárii jezdí po železnici samé rychlíky, které nikde po cestě nestaví. V jízdním řádu je pro každý rychlík uvedeno počáteční a cílové nádraží, čas odjezdu a čas příjezdu. Nyní stojíme v čase t na nádraží a a chceme se co nejrychleji dostat na nádraží b . Navrhněte algoritmus, který najde takové spojení.
4. *Nesouvislé grafy:* Jak zobecnit definici kostry pro nesouvislé grafy?
5. *Unikátnost vah:* Proč můžeme předpokládat, že váhy v grafu jsou unikátní?
6. *Platí neplatí:* Rozhodněte, která z následujících tvrzení platí:
 - (a) minimální kostra je souvislý podgraf, že součet cen jeho hran je nejmenší.
 - (b) G alespoň n hran, pak nejdražší hrana není v minimální kostře
 - (c) e nejlevnější (ne nutně jediná), pak patří do nějaké minimální kostry
 - (d) e hrana taková, že $(\forall f \in E, f \neq e): c(e) < c(f)$, je v každé minimální kostře
 - (e) e hrana minimální kostry, pak e je nejlevnější hranou nějakého řezu
 - (f) cyklus obsahuje pouze jednu nejlevnější hranu e , pak e patří do minimální kostry
 - (g) nejkratší cesta mezi lib. dvěma vrcholy patří do minimální kostry
 - (h) Cesta je r -levná pokud všechny její hrany mají váhu nejvýše r . Pokud mezi s, t existuje r -levná cesta pak T spojuje s, t nějakou r -levnou cestou.
7. *Řezové lemma* Nalezněte chybu v následujícím řezovém lemmatu: Rozdělím vrcholy G na dvě komponenty A, B pak minimální kostra $T = T(A) \cup T(B) \cup \{e\}$, kde $T(A), T(B)$ jsou minimální kostry na A resp. B a e je nejlevnější hrana řezu.
8. *Neunikátnost vah:* Fungují algoritmy z přednášky i pro neunikátní váhy? Dokažte funkčnost, případně najděte protipříklad a uveďte, kde ten důkaz pro unikátní váhy selže.
 - (a) Jarníkův (Primův) algoritmus
 - (b) Borůvkův algoritmus
 - (c) Kruskalův (hladový) algoritmus
9. *Zahazování hran:* Chceme z grafu G s nezápornými váhami zahodit co nejlevnější množinu hran, tak abychom se zbavili všech cyklů
10. *Jiné kostry:* Chceme kostru s minimálním
 - (a) $\max_{e \in T} c(e)$
 - (b) $\prod_{e \in T} c(e)$, kde $c(e) > 0$

1. *Internet (7 bodů)*: Firma má ve městě N budov, které by ráda připojila k internetu. Spojení dvou budov A, B optickým kabelem stojí $c(A, B)$. Najděte algoritmus, který pro dané c navrhne, jak propojit budovy a které připojit k internetu přímo, aby cena připojení byla co nejnižší. Domy propojené optickým kabelem platí cenu připojení jako jeden dům (platí nejnižší cenu připojení za celou komponentu souvislosti). Pokud víte, že:
- poskytovatel internetu si účtuje fixní poplatek C za připojení jednoho domu
 - poskytovatel internetu si účtuje připojení podle lokality, tedy cena připojení budovy A je $C(A)$