

1. Ukažte, jak pro libovolné  $n$  sestrojíte graf na nejvýše  $n$  vrcholech, v němž mezi nějakými dvěma vrcholy existuje  $2^{\Omega(n)}$  nejkratších cest.
2. Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo?
3. Mějme mapu města, která má časem potřebným na průjezd ohodnocené nejen hrany (silnice), ale také vrcholy (křižovatky). Upravte Dijkstrův algoritmus, aby našel nejrychlejší cestu i v tomto případě.
4. Navrhněte algoritmus pro výpočet vzdálenosti  $d(u, v)$ , který bude postupně počítat čísla  $d_i(u, v)$  - nejmenší délka  $uv$ -sledu o nejvýše  $i$  hranách. Jaké časové složitosti jste dosáhli?
5. Jak z výsledku Floydova-Warshallova algoritmu zjistíme, kudy nejkratší cesta mezi nějakými dvěma vrcholy vede?
6. Mějme mapu města ve tvaru orientovaného grafu. Každou hranu ohodnotíme podle toho, jaký nejvyšší kamion po dané ulici může projet. Po cestě tedy projede maximálně tak vysoký náklad, kolik je minimum z ohodnocení jejích hran. Jak pro zadané dva vrcholy najít cestu, po níž projede co nejvyšší náklad?
7. Mějme mapu království s městy a cestami mezi nimi. Na cestách číhají lupiči – u každé cesty mezi městy je poznamenána pravděpodobnost, že karavana jedoucí po této cestě bude přepadena. Naplánujte nejbezpečnější trasu z jednoho města do druhého.
8. V Tramtárii jezdí po železnici samé rychlíky, které nikde po cestě nestaví. V jízdním řádu je pro každý rychlík uvedeno počáteční a cílové nádraží, čas odjezdu a čas příjezdu. Nyní stojíme v čase  $t$  na nádraží  $a$  a chceme se co nejrychleji dostat na nádraží  $b$ . Navrhněte algoritmus, který najde takové spojení.

Cestovní Silnice v mapě máme ohodnocené dvěma čísly: délkou a mýtem (poplatkem za projetí). Jak najít nejlevnější z nejkratších cest? **(10 bodů)**

Směnárna Směnárna obchoduje s  $n$  měnami (měna číslo 1 je koruna) a vyhlašuje matici kurzů  $K$ . Kurz  $K_{ij}$  říká, kolik za jednu jednotku  $i$ -té měny dostaneme jednotek  $j$ -té měny. Vymyslete algoritmus, který zjistí, zda existuje posloupnost směn, která začne s jednou korunou a skončí s více korunami **(15 bodů)**

*Nezapomeňte, že správné řešení by mělo mít odhad časové a prostorové složitosti a důkaz správnosti!  
Rovněž nezapomeňte, že byste se měli snažit vymyslet, co neoptimálnější řešení.*