

1. Mějme bludiště zadané grafem. V grafu se nachází  $2k + 1$  speciálních vrcholů –  $k$  z nich reprezentuje dveře, dalších  $k$  klíče a jeden je princezna. Ke každému dveřím existuje právě jeden klíč, který je otevírá. Najděte nekratší cestu ven z bludiště.
2. Jak hledat mosty a artikulace v souvislém grafu?
3. Říše má tvar stromu, kde v každém vrcholu je město s daným počtem obyvatel. Král chce do měst umístit vojenské posádky tak, aby celkem bylo ochráněno co možná nejvíce obyvatel. Nesmí ale vzniknout komponenta s více než třemi posádkami vedle sebe, jinak se vojáci vzbouří. Jak mu pomoci?
4. Jak najít maximální nezávislou množinu ve stromu?
5. Algoritmy na hledání nejkratší cesty.
6. Mějme mapu města ve tvaru orientovaného grafu. Každou hranu ohodnotíme podle toho, jaký nejvyšší kamion po dané ulici může projet. Po cestě tedy projede maximálně tak vysoký náklad, kolik je minimum z ohodnocení jejích hran. Jak pro zadané dva vrcholy najít cestu, po níž projede co nejvyšší náklad?
7. Mějme mapu města, která má časem potřebným na průjezd ohodnocené nejen hrany (silnice), ale také vrcholy (křižovatky). Upravte Dijkstrův algoritmus, aby našel nejrychlejší cestu i v tomto případě.
8. Lze se v algoritmech na hledání nejkratší cesty zbavit záporných hran tím, že ke všem ohodnocením hran přičteme nějaké velké číslo?

VP ve stromě Jak najít vrcholové pokrytí ve stromě (tj. množinu vrcholů, se kterými jsou incidentní všechny hrany)? **(6 bodů)**

VP a NM Jak najít v obecném grafu množinu vrcholů, která je současně nezávislá a vrcholové pokrytí? **(8 bodů)**

Bílá paní Máme mapu starověkého hradu zakreslenou ve čtverečkové síti. Hradem prochází z bodu  $A$  do bodu  $B$  Bílá paní, která umí procházet skrz zdi. Najděte takovou cestu, že Bílá paní na ni překoná projde, co nejméně zdmi. Pokud existuje více takových cest, vyberte z nich tu s nejkratší (co do počtu navštívených čtverečků). **(10 bodů)**

*Nezapomeňte, že správné řešení by mělo mít odhad časové a prostorové složitosti a důkaz správnosti!  
Rovněž nezapomeňte, že byste se měli snažit vymyslet, co neoptimálnější řešení.*