1. Udělejte sjednocení dvou BVS stromů
2. Najděte kostru takovou, že dané vrcholy jsou její listy.
3. *Nesouvislé grafy:* Jak zobecnit definici kostry pro nesouvislé grafy?
4. *Unikátnost vah:* Proč můžeme předpokládat, že váhy v grafu jsou unikátní?
5. *Řezové lemma* Nalezněte chybu v následujícím řezovém lemmatu: Rozdělím vrcholy G na dvě komponenty A, B pak minimální kostra $T = T(A) \cup T(B) \cup \{e\}$, kde $T(A), T(B)$ jsou minimální kostry na A resp. B a e je nejlevnější hrana řezu.
6. *Zahazování hran:* Chceme z grafu G s nezápornými váhami zahodit co nejlevnější množinu hran, tak abychom se zbavili všech cyklů
7. *Jiné kostry:* Chceme kostru s minimálním
   (a) $\max_{e \in T} \; c(e)$
   (b) $\prod_{e \in T} \; c(e)$, kde $c(e) > 0$
8. Borůvkův algoritmus předpokládá unikátnost hran, jinak by mohl najít cyklus. Najděte příklad grafu, na kterém se to stane.
9. *Platí neplatí:* Rozhodněte, která z následujících tvrzení platí:
   (a) G alespoň n hran, pak nejdražší hrana není v minimální kostře
   (b) e nejlevnější (ne nutně jediná), pak patří do nějaké minimální kostry
   (c) e hrana taková, že $(\forall f \in E, f \neq e)$: $c(e) < c(f)$, je v každé minimální kostře
   (d) e hrana minimální kostry, pak e je nejlevnější hranou nějakého řezu
   (e) cyklus obsahuje pouze jednu nejlevnější hranu e, pak e patří do minimální kostry
   (f) nejkratší cesta mezi lib. dvěma vrcholy patří do minimální kostry
   (g) Cesta je r-levná pokud všechny její hrany mají váhu nejvýše r. Pokud mezi s, t existuje r-levná cesta pak T spojuje s, t nějakou r-levnou cestou.
   (h) minimální kostra je souvislý podgraf, že součet cen jeho hran je nejmenší.

1. *Internet (8 bodů):* Firma má ve městě N budov, které by ráda připojila k internetu. Spojení dvou budov A, B optickým kabelem stojí $c(A, B)$. Najděte algoritmus, který pro dané c navrhne, jak propojit budovy a které připojit k internetu přímo, aby cena připojení byla co nejnižší. Domy propojené optickým kabelem platí cenu připojení jako jeden dům (platí nejnižší cenu připojení za celou komponentu souvislosti). Pokud víte, že:

   (a) poskytovatel internetu si účtuje fixní poplatek $\mathcal{C}$ za připojení jednoho domu

   (b) poskytovatel internetu si účtuje připojení podle lokality, tedy cena připojení budovy A je $\mathcal{C}(A)$

Nezapomeňte, že správné řešení by mělo mít odhad časové a prostorové složitosti a důkaz správnosti! Rovněž nezapomeňte, že byste se měli snažit vymyslet, co nejoptimálnější řešení.