

# Zbytkové třídy modulo 6 jako faktorgrupa $(\mathbb{Z}, +)$

Označme  $6\mathbb{Z} = \{6k, k \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -6, 0, 6, 12, \dots\}$

Grupa  $(6\mathbb{Z}, +)$  je podgrupa  $(\mathbb{Z}, +)$ , protože  $6|a \ \& \ 6|b \implies 6|(a + b)$ .

Navíc  $6\mathbb{Z}$  je normální podgrupou, protože  $+$  je komutativní.

Označme si levé rozkladové třídy  $6\mathbb{Z}$  v  $\mathbb{Z}$  následovně:

$$T_0 = \{\dots, -6, 0, 6, 12, \dots\}, T_1 = \{\dots, -5, 1, 7, 13, \dots\}, T_2 = \{\dots, -4, 2, 8, 14, \dots\}, \\ T_3 = \{\dots, -3, 3, 9, 15, \dots\}, T_4 = \{\dots, -2, 4, 10, 16, \dots\}, T_5 = \{\dots, -1, 5, 11, 17, \dots\}.$$

Těchto šest tříd s následovně definovanou binární operací  $+$  tvoří faktorgrupu grupy  $(\mathbb{Z}, +)$  podle podgrupy  $(6\mathbb{Z}, +)$ .

Operace sčítání se přenáší, protože  $a \in T_i, b \in T_j \implies a + b \in T_i + T_j$ .

$+$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
$T_0$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$
$T_1$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_0$
$T_2$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_0$	$T_1$
$T_3$	$T_3$	$T_4$	$T_5$	$T_0$	$T_1$	$T_2$
$T_4$	$T_4$	$T_5$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$
$T_5$	$T_5$	$T_0$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$