

NDMI018 – Aproximační a online algoritmy

LS 2010 – Jiří Sgall

Domácí úkol 1 – 10. března 2010

Termín: 17. března 2010

(1) Dokažte, že rozvrhování úloh se závislostmi na paralelních počítačích (s cílem minimalizovat délku rozvrhu) nemá lepší než $4/3$ -aproximační algoritmus, za předpokladu $P \neq NP$.

Hint: Můžete použít redukci z problému hledání maximální kliky. Nebojte se použít více úloh než je vrcholů grafu.

(2) V problému MAX-SAT je dána CNF formule a cílem je najít přiřazení proměnným takové, že je co nejvíce klauzulí splněno. Uvažte následující algoritmus: Vezměme dvě přiřazení, jedno nastaví všechny proměnné na 0, druhé nastaví všechny proměnné na 1. Výstupem je lepší z těchto dvou přiřazení. Jaký je aproximační poměr tohoto algoritmu? Měli byste najít přesnou odpověď, tj. konstantu R , důkaz, že algoritmus je R -aproximační a příklad, ukazující, že algoritmus není r -aproximační pro žádné $r < R$.

(2*) V předcházejícím příkladu, předpokládejme, že uvažujeme libovolný algoritmus, který zkouší konstantně mnoho různých přiřazení. (Tj. jejich počet nezávisí na vstupu.) Jakého nejlepšího aproximačního poměru můžete dosáhnout?

(3) Uvažte algoritmus LPT pro rozvrhování nezávislých úloh, který zpracovává úlohy uspořádané od největší a každou úlohu rozvrhne hladově, tj. na nejméně zatížený počítač. Ukažte, že aproximační poměr LPT je $4/3$. Dokážete zjistit přesnou závislost aproximačního poměru na počtu počítačů m ?

Hint: Rozlište případy podle vztahu velikosti největší úlohy a délky optimálního rozvrhu. Jeden z nich je obdobný analýze hladového algoritmu.

(4) Předpokládejme, že v zesílené definici FPTAS bychom požadovali, aby algoritmus běžel v čase polynomiálním ve velikosti vstupu a v $|\log \varepsilon|$ (namísto $1/\varepsilon$). Co by bylo důsledkem existence takto zesíleného FPTAS?