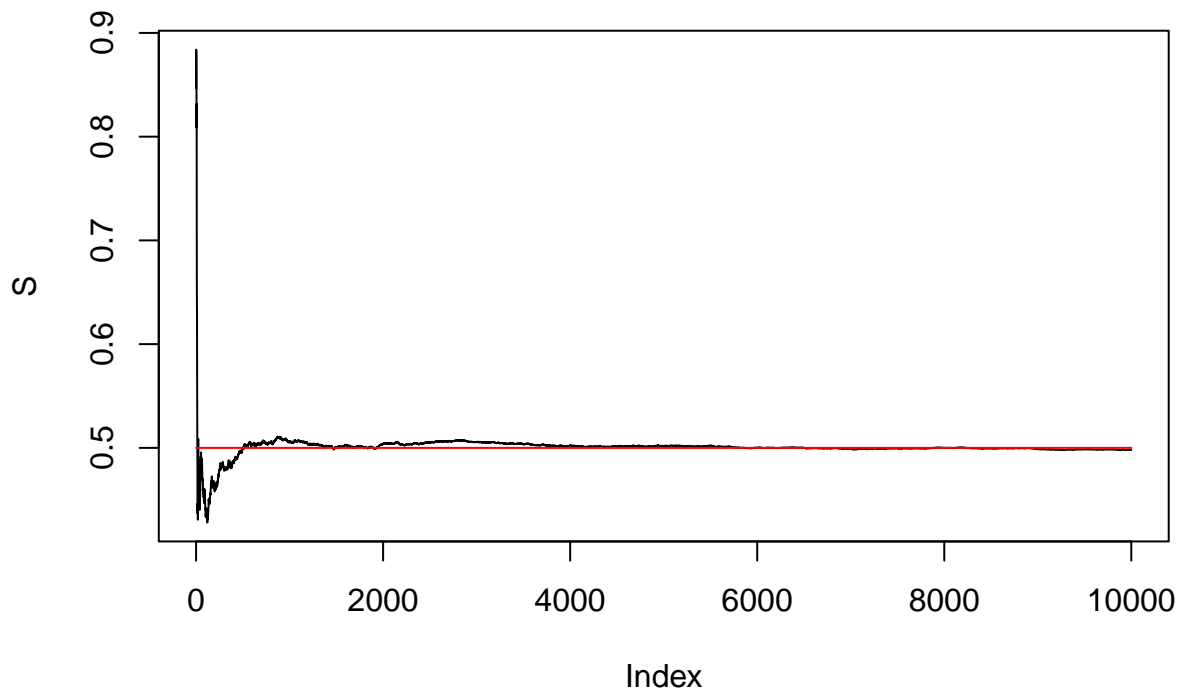


# Zákony velkých čísel a CLV

## Ilustrace zákona velkých čísel

Sice mluví o limitě, ale vidíme, že konvergence je tady zjevná už pro relativně malá  $n$ . Černá čára znázorňuje posloupnost průměrů, tj.  $S_1, S_2, \dots$

```
n = 10^4
X = runif(n)
S = cumsum(X)/(1:n)
plot(S, type='l')
curve(0.5+0*x, from=0, to=n, col='red', add=T)
```

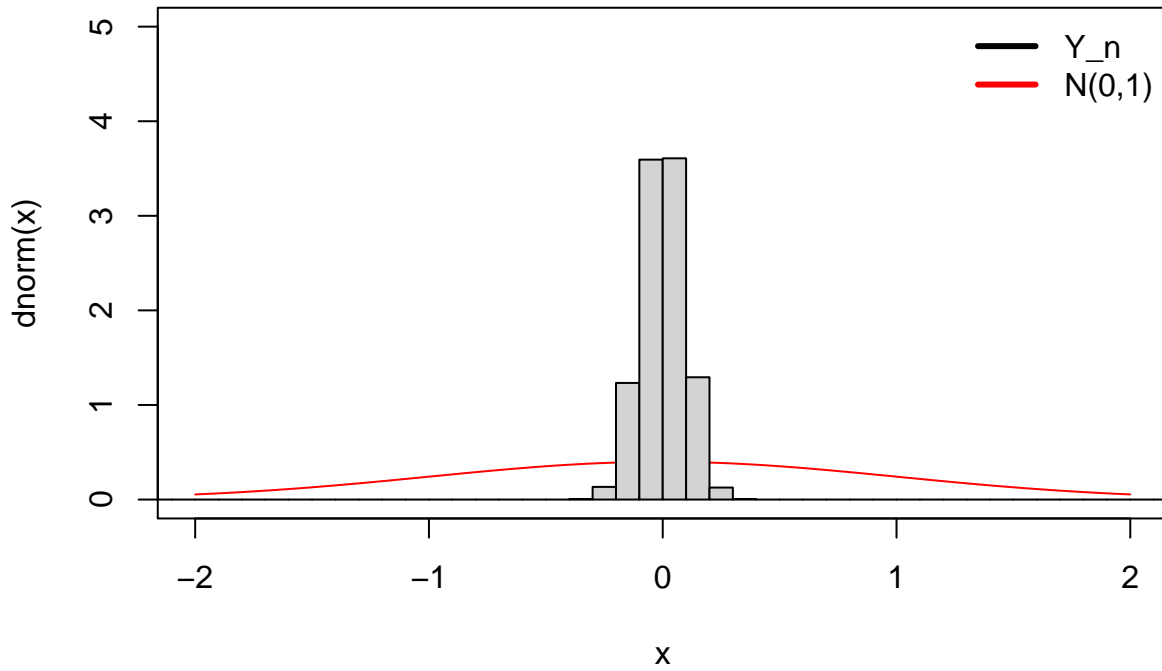


Znázornění téhož pomocí histogramu – průměr je silně koncentrovaný okolo střední hodnoty.

```
SZVC = function (n, show) {
  N = 10^4
  m = matrix(runif(n*N), nrow=N)      # matice nezávislých náhodných veličin
  Y = (rowSums(m)-n/2)/(n) # každá položka Y vznikne sečtením a "přeškálováním" jednoho řádku m
  if (!show) { pdf(file=paste("SZVC_unif-", n, ".pdf", sep="")); }
  curve(dnorm, main=paste("X_i je U(0,1), n=", n), ylim=c(0,5), from=-2, to=2, col="red") # pro
  hist(Y,breaks=seq(-8,8,by=0.1), freq = FALSE, add=TRUE) # a do něj nakreslený histogram Y
  legend("topright", lty=1, lwd=3, col=c('black', 'red'),
         legend=c("Y_n", "N(0,1)"), bty="n")
  if (!show) { dev.off(); }
}
```

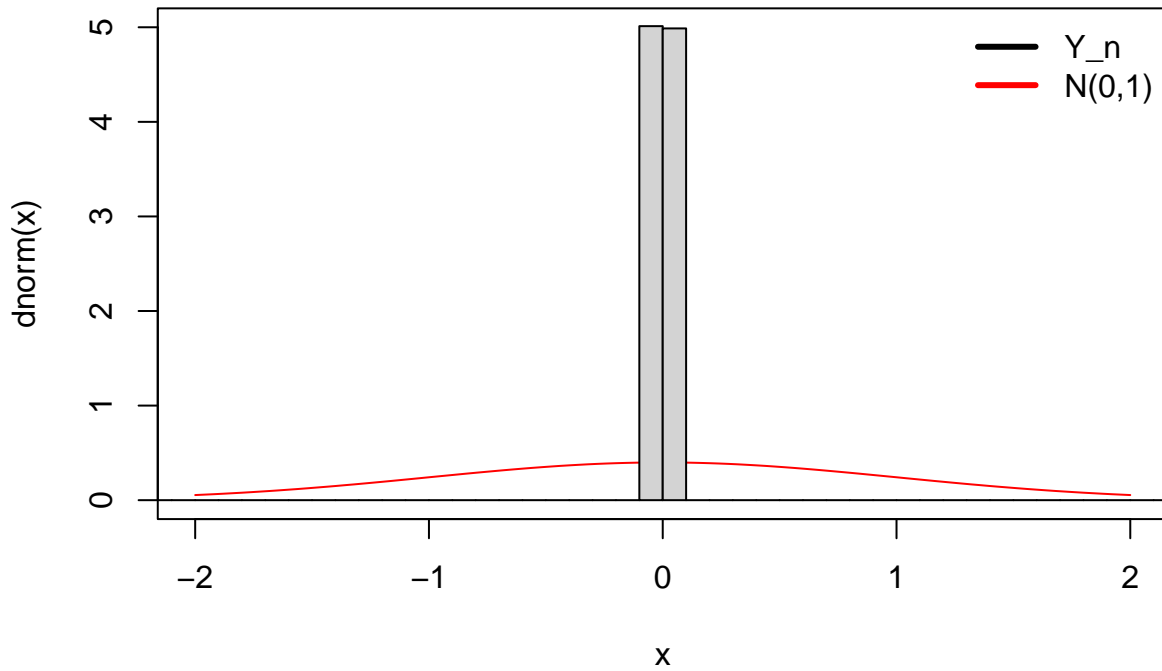
SZVC(10,T)

$X_i$  je  $U(0,1)$ ,  $n=10$



SZVC(200,T)

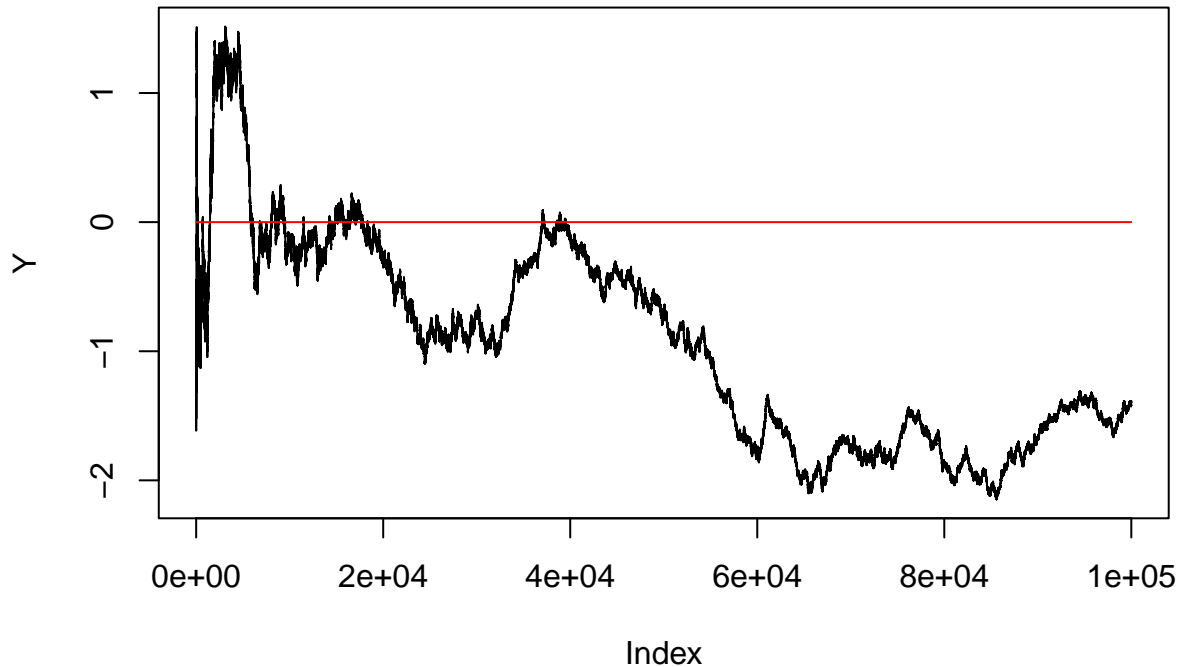
$X_i$  je  $U(0,1)$ ,  $n=200$



## Ilustrace centrální limitní věty

Při přeskálování “odmocninou” dochází stále k výrazné oscilaci – distribuce  $Y_n$  (na obrázku hodnota v bodě  $x = n$ ) se blíží normálnímu rozdělení, tj. bude v průměru vzdálena od 0 o 1, i pro obrovská  $n$ . Oproti tomu distribuce  $S_n$  ze zákona velkých čísel se blíží jednobodovému rozdělení na hodnotě  $\mu$ .

```
n = 10^5
X = runif(n)
Y = (cumsum(X)-(1:n)/2)/(sqrt(1/12)*sqrt(1:n))
plot(Y, type='l')
curve(0+0*x, from=0, to=n, col='red', add=T)
```



## Vsuvka z R-kového programování

Dva způsoby jak udělat kumulovanou sumu

```
X = rep(1,10); X
```

```
## [1] 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
```

```
Y = cumsum(X); Y
```

```
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

```
Reduce("+", X, accumulate=T)
```

```
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

## Histogramy $Y_n$ pro $X_i \sim U(0, 1)$

```
CLV1 = function (n, show=FALSE) {
  N = 10^6
  m = matrix(runif(n*N, 0,1), nrow=N) # matice nezávislých náhodných veličin U(0,1)
  Y = (rowSums(m)-n/2)/(sqrt(1/12)*sqrt(n)) # každá položka Y vznikne sečtením a "přeskálováním" jednoh
```

```

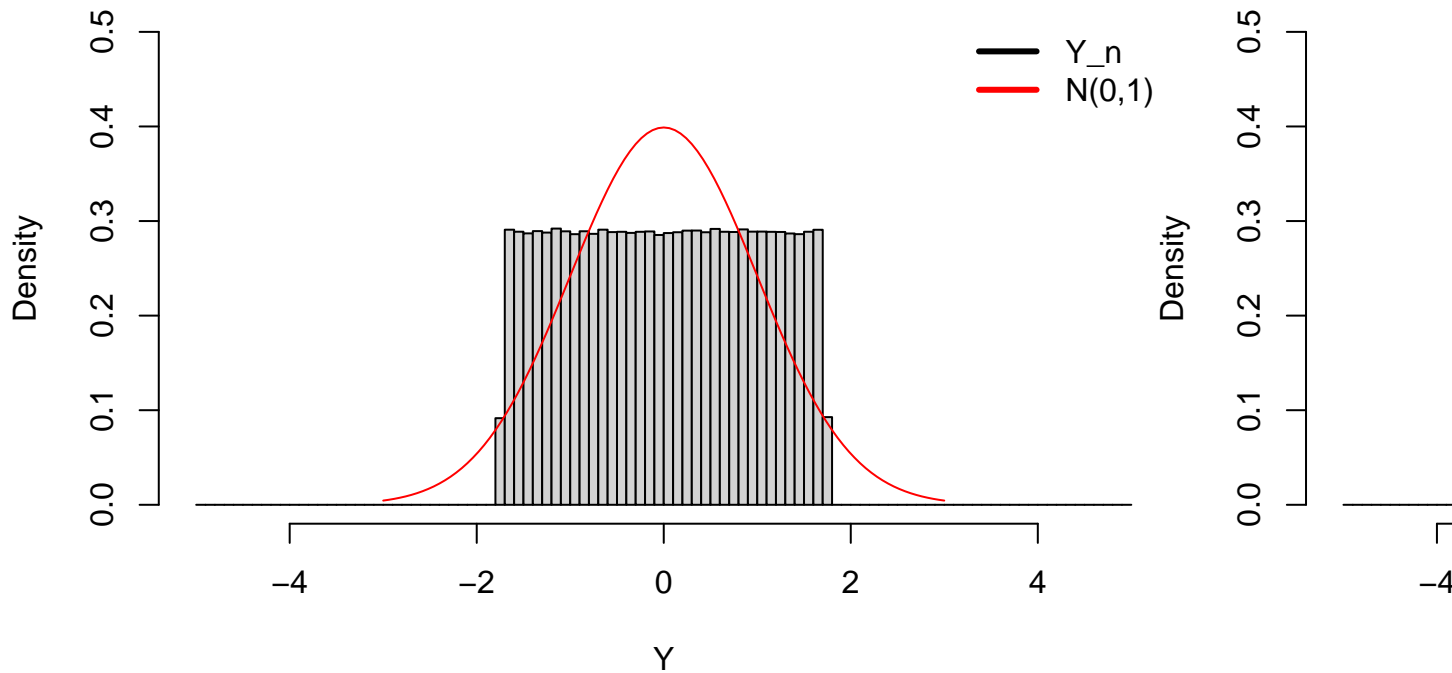
if (!show) {
# pdf(file=paste("CLV_unif-", toString(n), ".pdf", sep=""))
pdf(file=paste("CLV_en_unif-", toString(n), ".pdf", sep=""))
}
# curve(dnorm, main=paste("X_i je U(0,1), n=",n), ylim=c(0,1), from=-3, to=3, col='red') # pro
hist(Y, breaks=seq(-5,5,by=0.1), freq = FALSE, ylim=c(0,.5), add=FALSE) # a do něj nakreslený histogr
curve(dnorm, main=paste("X_i is U(0,1), n=",n), ylim=c(0,.5), from=-3, to=3, col='red', add=T)

legend("topright",lty=1,lwd=3,col=c('black', 'red'),
      legend=c("Y_n", "N(0,1)"),bty="n")
if (!show) { dev.off()}
}

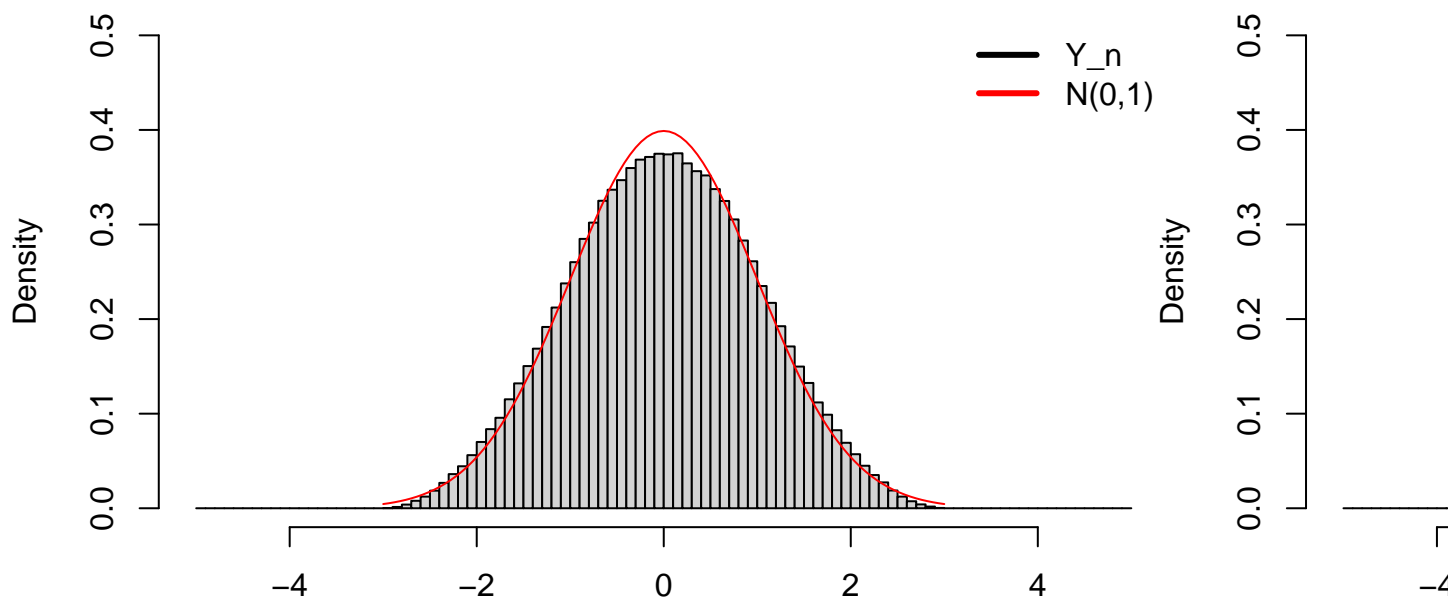
for (n in 1:10) { CLV1(n,T); }

```

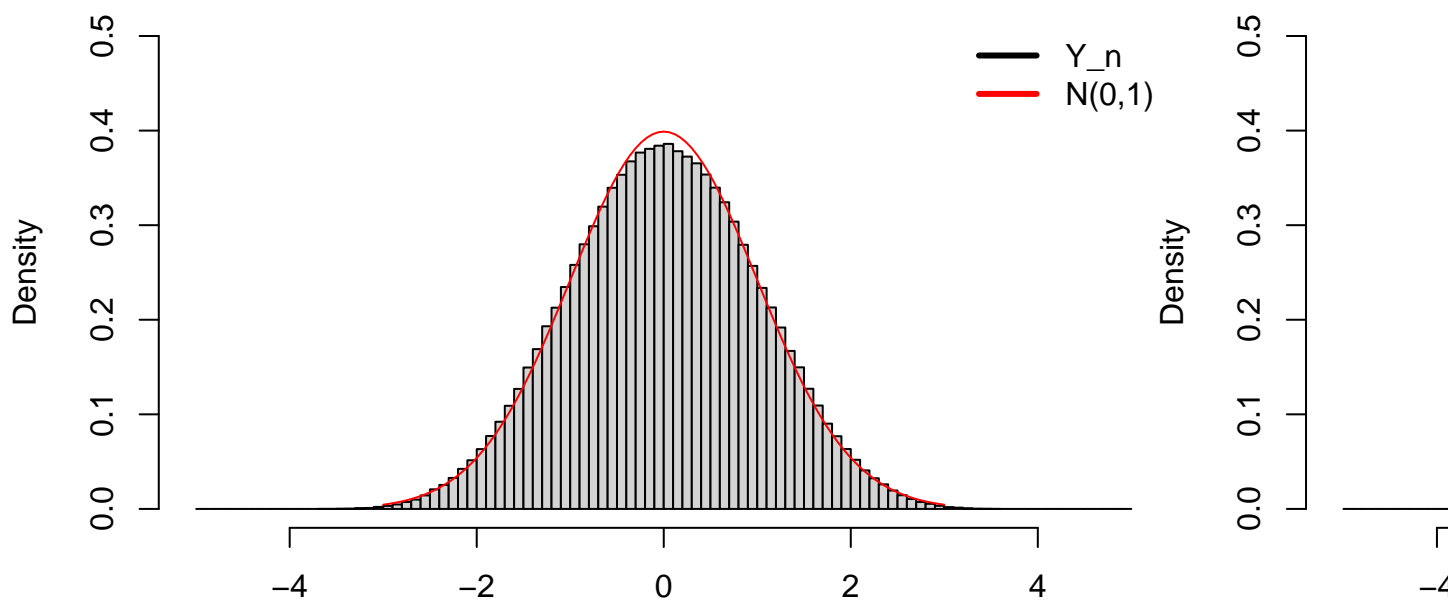
Histogram of Y



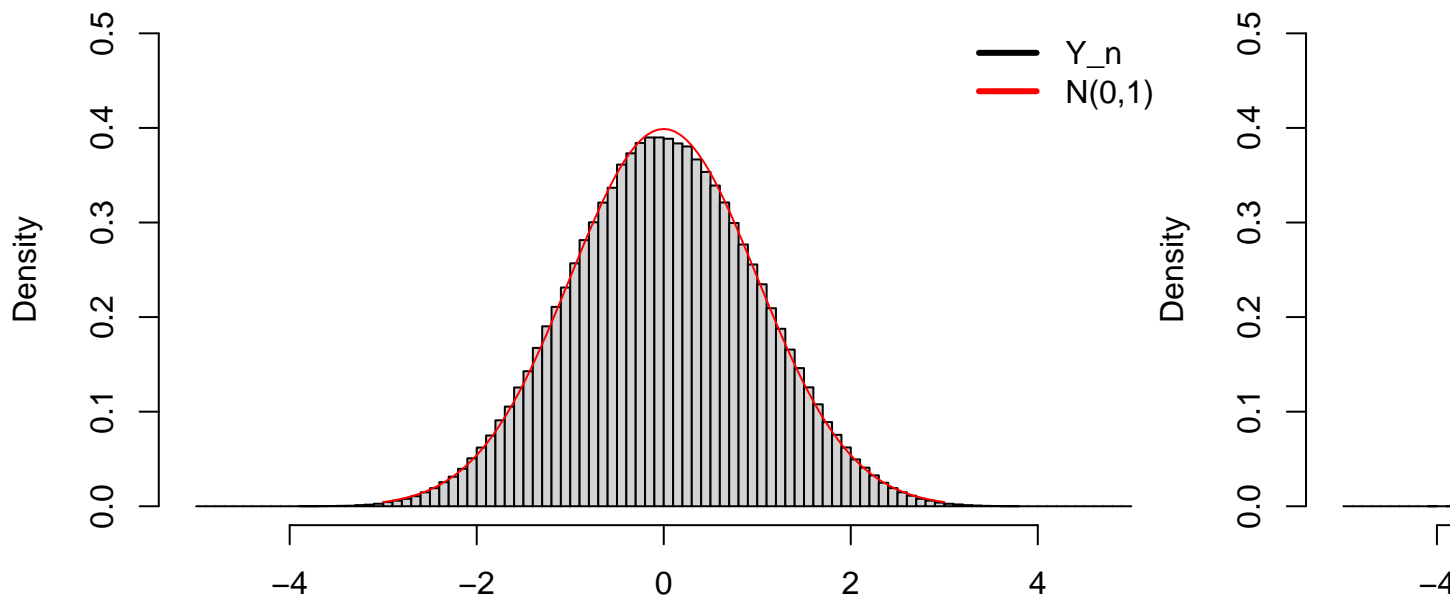
### Histogram of Y



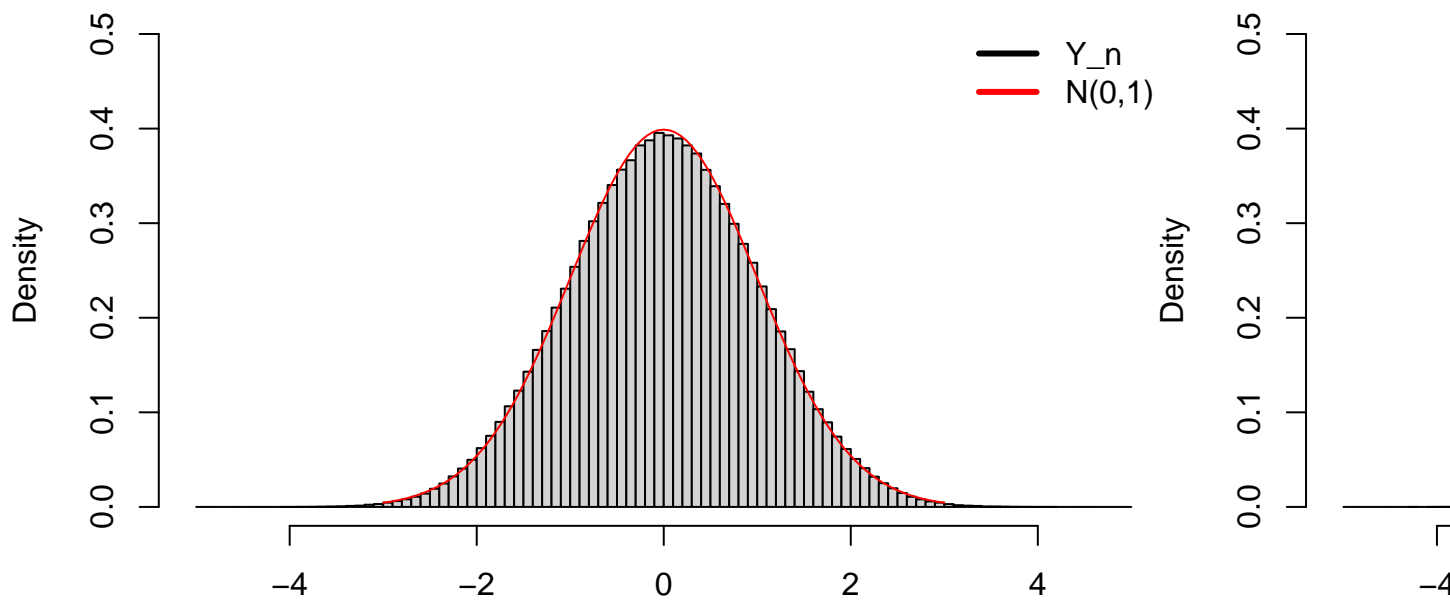
### Histogram of Y



### Histogram of Y



### Histogram of Y



```
# Histogramy  $Y_n$  pro  $X_i \sim U(0,1)$ 
```

```
CLV2 = function (n, show=FALSE) {  
  # N je počet pokusů použitých pro sámplování histogramů  $Y_n$   
  # n je index  $Y_n$ , tj. kolik n.n.v. sčítám  
  N = 106  
  m = matrix(rexp(n*N, 1), nrow=N) # matice nezávislých náhodných veličin
```

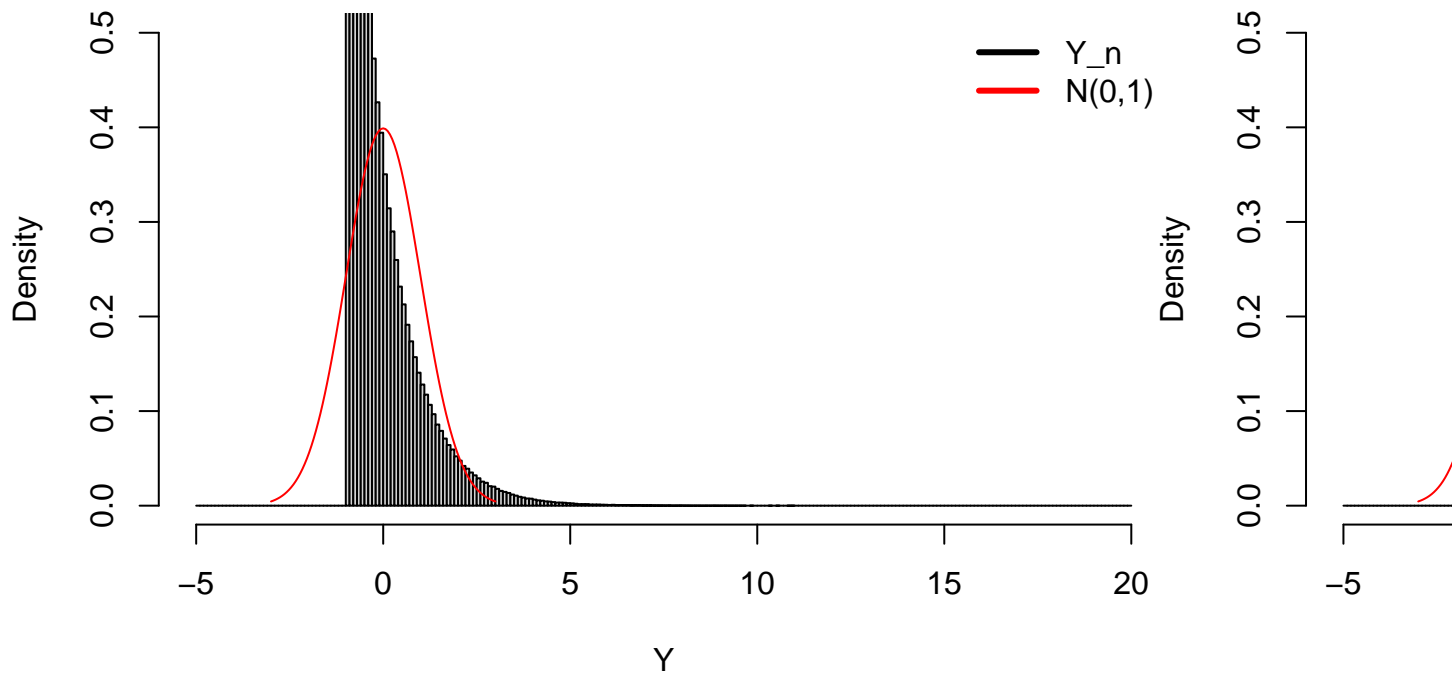
```

Y = (rowSums(m)-n)/(1/sqrt(1)*sqrt(n)) # každá položka Y vznikne sečtením a "přeškálováním" jednoho ř
if (!show) {
# pdf(file=paste("CLV_exp-", toString(n), ".pdf", sep=""))
pdf(file=paste("CLV_en_exp-", toString(n), ".pdf", sep=""))
}
hist(Y, breaks=seq(-5,20,by=0.1), freq = FALSE, ylim=c(0,.5), add=FALSE) # a do něj nakreslený histogram
curve(dnorm, main=paste("X_i is Exp(1), n=",n), ylim=c(0,.5), from=-3, to=3, col='red', add=T)
# curve(dnorm, main=paste("X_i je Exp(1), n=",n), ylim=c(0,1), from=-3, to=3, col='red') # pro
#hist(Y, breaks=seq(-20,20,by=0.2), freq = FALSE, add=TRUE) # a do něj nakreslený histogram Y
legend("topright", lty=1, lwd=3, col=c('black', 'red'),
      legend=c("Y_n", "N(0,1)"), bty="n")
if (!show) { dev.off() }
}

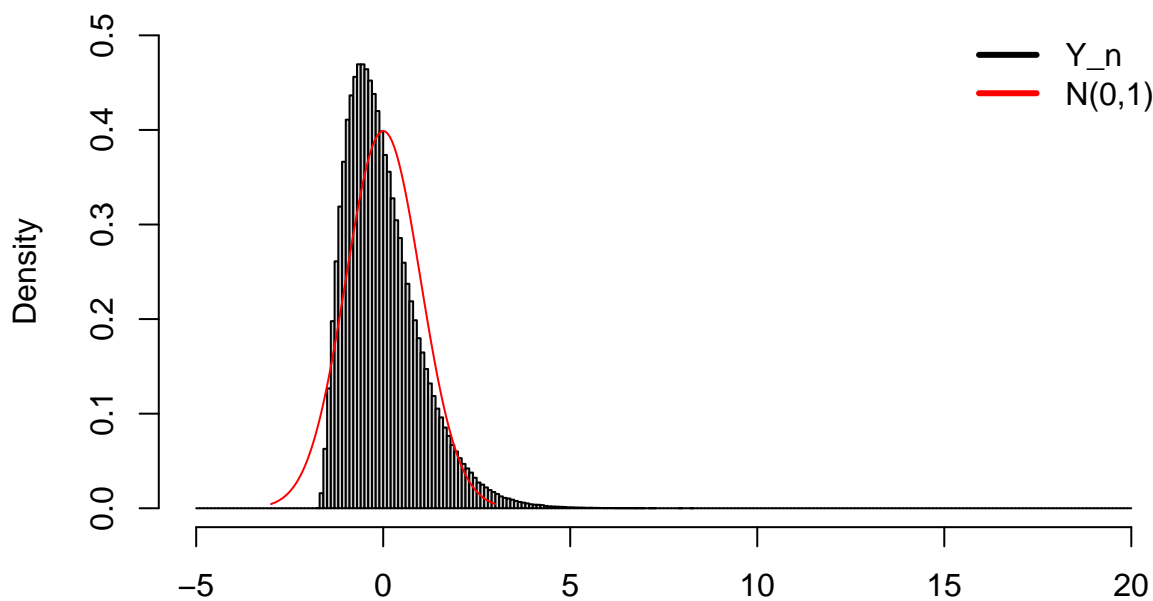
for (n in 1:20) { CLV2(n,T); }

```

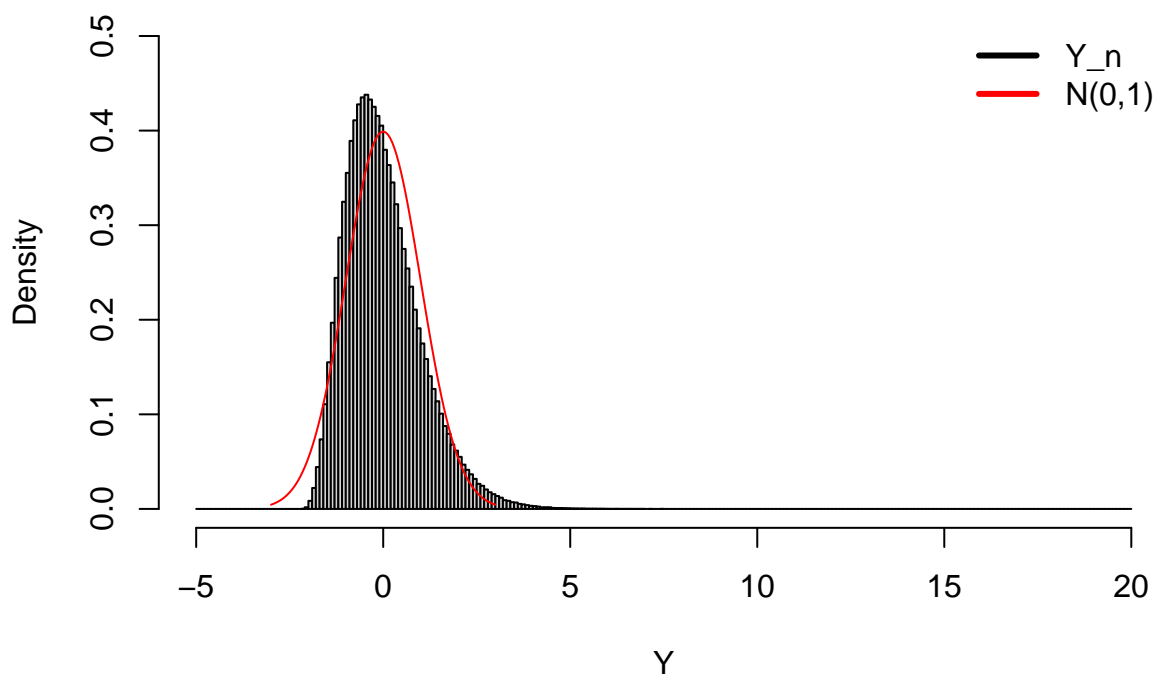
Histogram of Y



### Histogram of Y

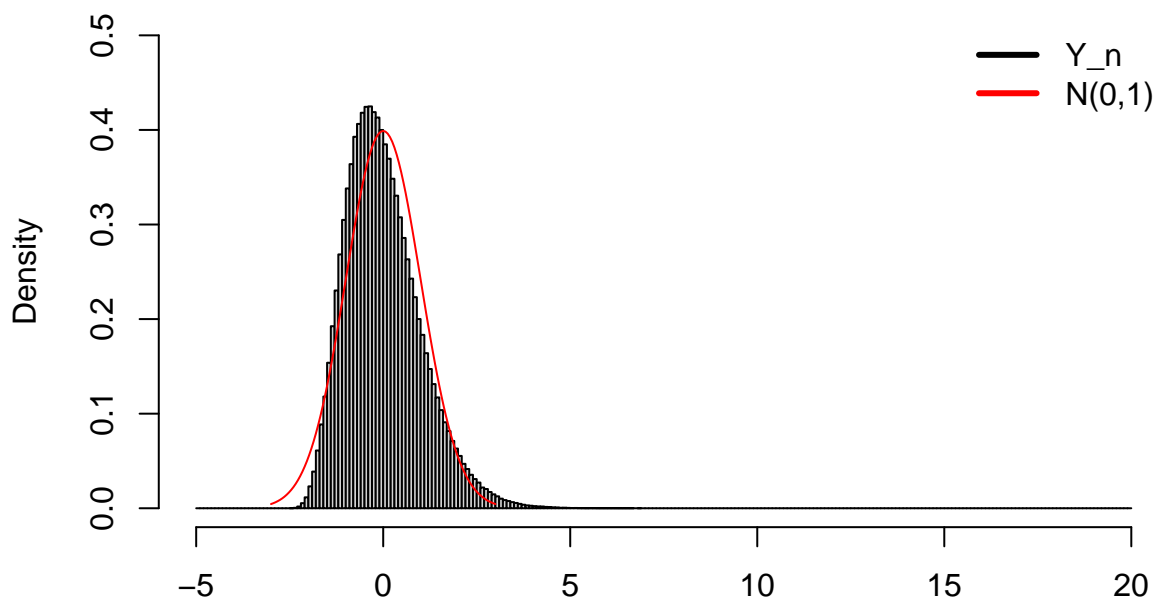


### Histogram of Y

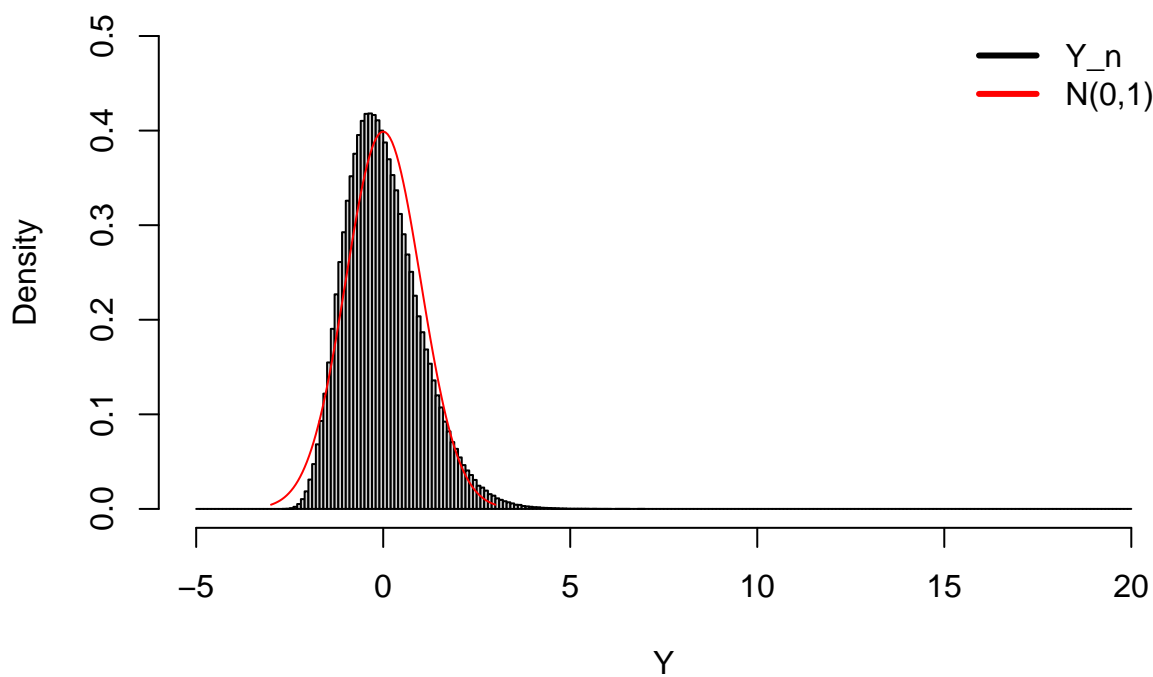




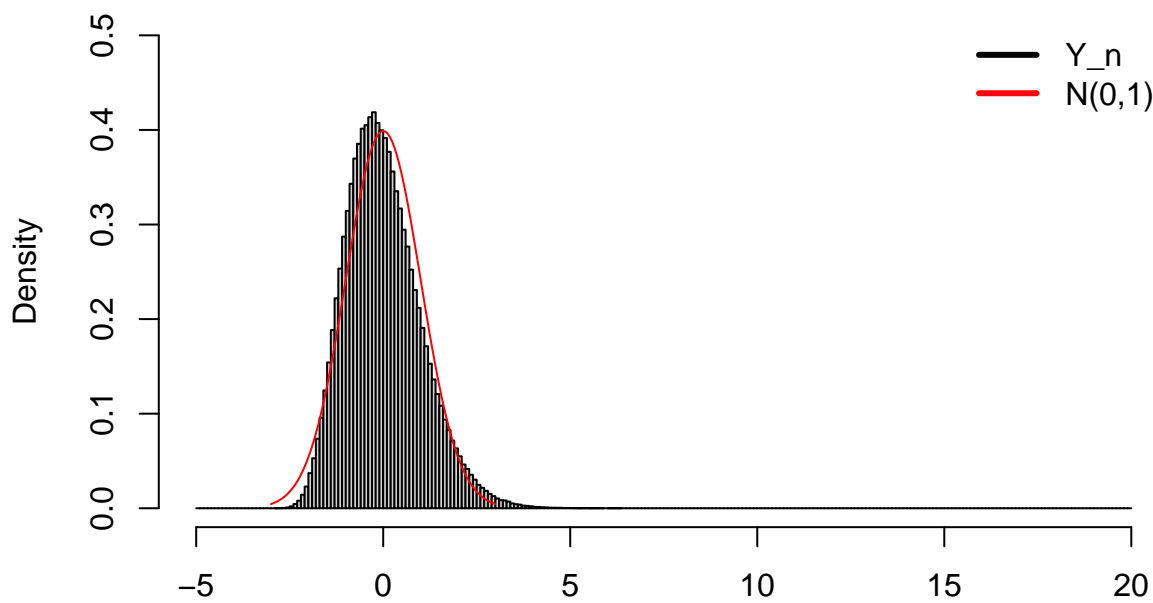
### Histogram of Y



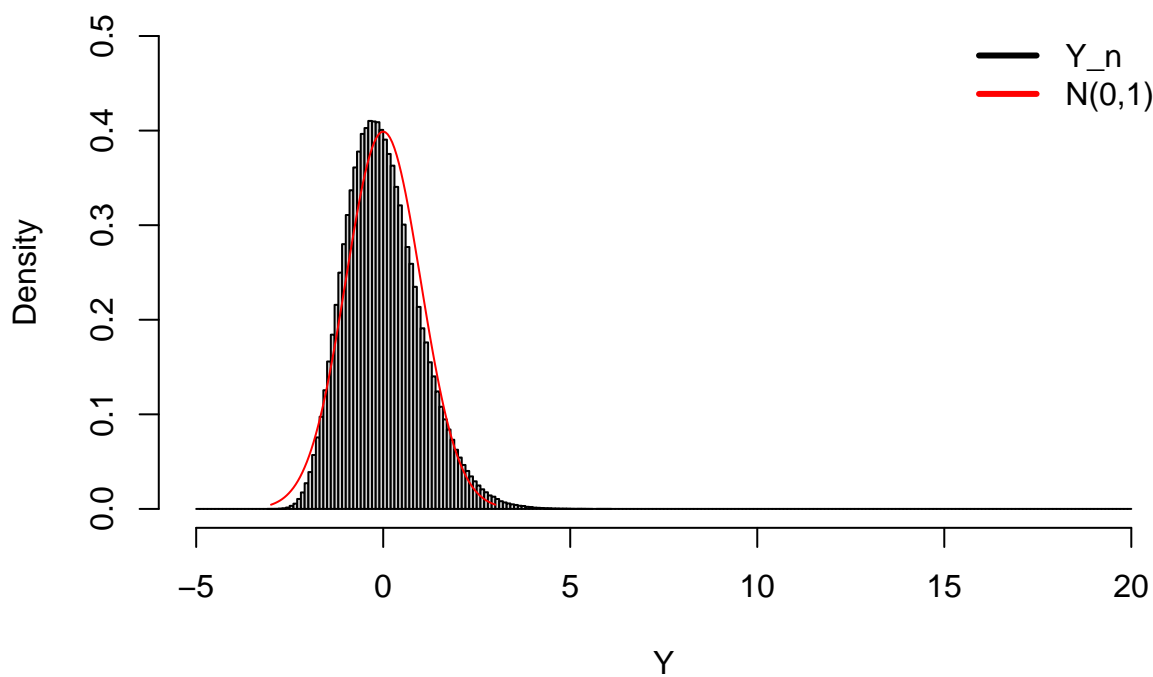
### Histogram of Y



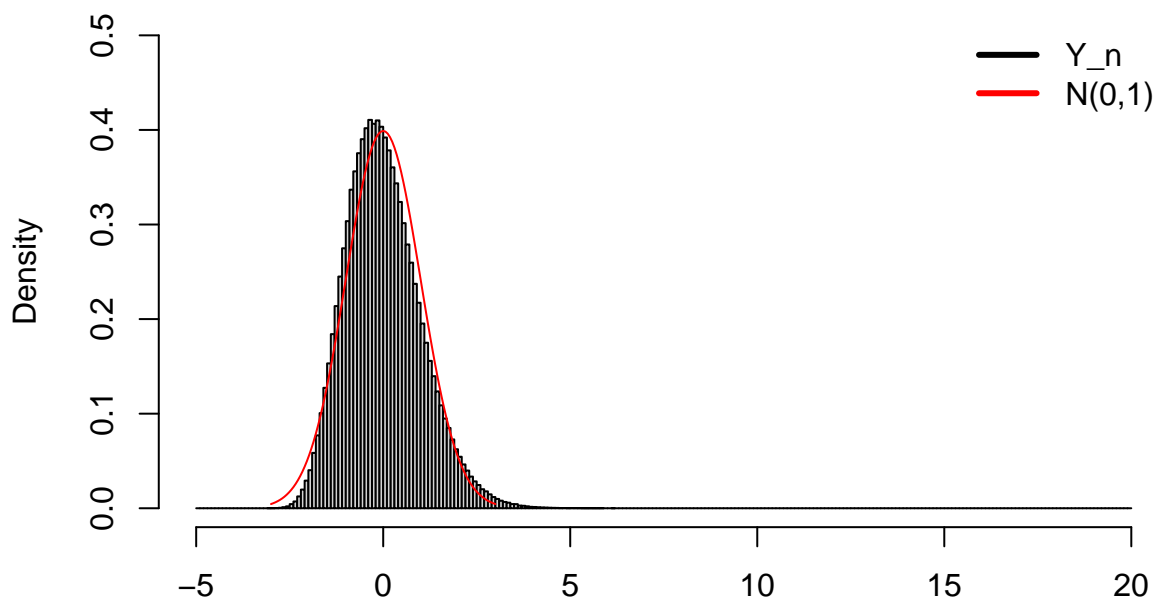
### Histogram of Y



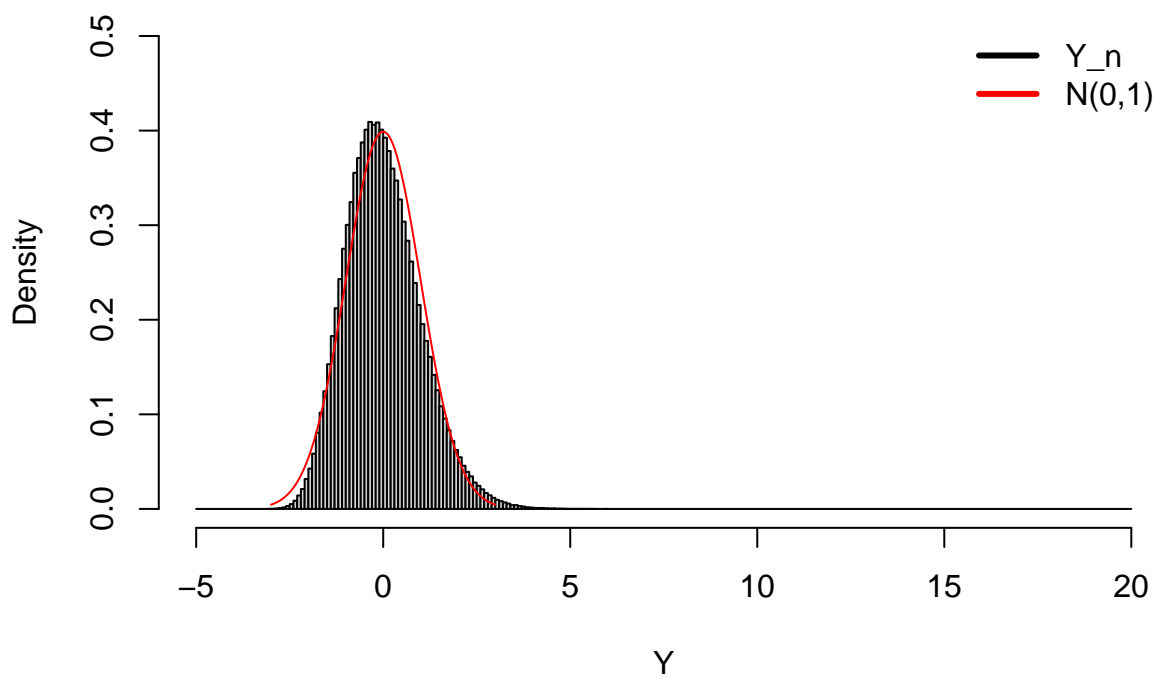
### Histogram of Y



### Histogram of Y



### Histogram of Y



# Histogram of Y

