

## Kombinatorické etudy 5 – ZS 2012/2013

### Nápovědy

1. Z grafu zobrazení vyrobte cestu v mřížové síti.
2. Použijte Stirlingova čísla a následující tvrzení (dokazovali jsme si loni): Mějme vrcholy  $v_1, \dots, v_n$ , předepíšeme stupně  $d_i$  jednotlivých vrcholům tak, že  $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$  a  $d_i \geq 1$  pro všechna  $i$ . Ukažte, že počet stromů na daných vrcholech, kde stupeň každého  $v_i$  je  $d_i$  je roven

$$\frac{(n-2)!}{(d_1-1)! \dots (d_n-1)!}.$$

3. Buď využijte Königovu větu, nebo přímo indukci: pokud neexistuje žádná množina  $A$ , která je stejně velká jako množina jejích sousedů, tak je to jednoduché.
4. Indukce podle  $k$ .
5. Předpokládejte, že  $H$  nemá 1-vrcholové hrany ani izolované vrcholy. Ukažte, že 1. každý vrchol  $H$  má stupeň alespoň 2, 2. vrchol stupně alespoň 4 patří jen do 2-vrcholových hran, 3. každé dva vrcholy patří do nějaké hrany.