Kombinatorické etudy 1 – LS 2012/2013

Nápovědy

1. (a) Možné rekurence jsou

$$\left\{ {n+1 \atop k} \right\} = \left\{ {n \atop k-1} \right\} + k \left\{ {n \atop k} \right\}$$

$$\left[{n+1 \atop k} \right] = \left[{n \atop k-1} \right] + n \left[{n \atop k} \right]$$

(b) Všimněte si, že při rozkladu n prvků na $n-k$ rozkladových tříd je aspoň $n-2k$ tříd jednoprvkových.

(c) Použijte rekurenci v části (a).

(d) Čísla $\left\{ {n \atop k} \right\}$ i $\left[{-k \atop -n} \right]$ splňují stejnou rekurenci i stejné počáteční podmínky.

2. Uvažte nějakou k-prvkovou množinu S obsahující 1. Kolik je permutací, kde cyklus obsahující 1 je tvořen prvky S?

3. Ukažte, že když práce po libovolném cyklu je nula, tak práce na přesun z x do y nezávisí na zvolené cestě.

4. Využijte vztah $c(H) + |E(H)| \geq |V(H)|$ pro vhodný graf H. Vrcholy H budou komponenty G_1 a komponenty G_2.

5. Rozmyslete si kombinatorický význam vlastních čísel, tj. přeložte tento pojem z řeči 'násobení matic' do řeči 'psaní čísel na graf'.