

## Kombinatorické etudy 9 – ZS 2011/2012

### Návod

1. Ukažte, že

$$p_n(x_1, \dots, x_{n-1}, 0) = (x_1 + \dots + x_{n-1}) p_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})$$

Dále označme  $\sigma^k p(x_1, \dots, x_n)$  polynom, který vznikne z  $p$  dosazením nuly za  $k$  proměnných všemi možnými způsoby a sečtením všech těchto  $\binom{n}{k}$  polynomů. Využijte (a případně dokažte), že

$$\sigma^0 p - \sigma^1 p + \sigma^2 p - \dots = 0$$

pokud  $\deg p < n$ .

3.

4. (a) Použijte (11.37). (b) Najděte a dokažte variantu (11.37) pro počet průchodů hranou.
5. (a) Bud'  $t(x)$  maximální délka rostoucí posloupnosti, která začíná na pozici  $x$ . Ukažte, že pokud  $t(x) \geq t(1) - k$ , tak  $f(x) \leq 2^k$  ( $0 \leq k \leq t(1) - 1$ ). (b) Zkuste  $f$ , která sestává z  $n - 1$  klesajících částí.

6.

7.