Kombinatorické etudy 8 – ZS 2011/2012

Nápovědy

1. Ukažte, že

$$p_n(x_1, \dots, x_{n-1}, 0) = (x_1 + \dots + x_{n-1}) p_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})$$

Dále označme $\sigma^k p(x_1, \dots, x_n)$ polynom, který vznikne z p dosazením nuly za k proměnných všemi možnými způsoby a sečtením všech těchto $\binom{n}{k}$ polynomů. Využijte (a případně dokažte), že

$$\sigma^0 p - \sigma^1 p + \sigma^2 p - \dots = 0$$

pokud $\deg p < n$.

1. Zkontrahujte každý T_i do jednoho bodu. Využijte polynom z předchozího příkladu.

2. Když odstraníme tětivu v nějaké kružnici, tak neporušíme 2-souvislost.

3. Buď G kriticky $(k+1)$-barevný, vyjádřený jako $G = G_1 \cup G_2$, přičemž $V(G_1) \cap V(G_2) = \{x, y\}$. Prozkoumejte k-obarvitelnost grafů vzniklých z G_i spojením/ztotožněním vrcholů x a y.

4. (a) Použijte příklad (11.35) a rozpis $E[\nu_t(x)] = \sum_i Pr[v_i = x]$.

(b) Použijte příklad (11.36) a rozpis $Var[\nu_t(x)] = \sum_{i,j} Pr[v_i = x \& v_j = x] - Pr[v_i = x] Pr[v_j = x]$.

(11.38) (a) Použijte (11.37). (b) Najděte a dokažte variantu (11.37) pro počet průchodů hranou.

5. (a) Buď $t(x)$ maximální délka rostoucí posloupnosti, která začíná na pozici x. Ukažte, že pokud $t(x) \geq t(1) - k$, tak $f(x) \leq 2^k$ $(0 \leq k \leq t(1) - 1)$. (b) Nechť f sestává z $n-1$ klesajících částí.

6.