

Kombinatorické etudy 7 – ZS 2011/2012

Nápovědy

1. Ukažte, že

$$p_n(x_1, \dots, x_{n-1}, 0) = (x_1 + \dots + x_{n-1})p_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})$$

Dále označme $\sigma^k p(x_1, \dots, x_n)$ polynom, který vznikne z p dosazením nuly za k proměnných všemi možnými způsoby a sečtením všech těchto $\binom{n}{k}$ polynomů. Využijte (a případně dokažte), že

$$\sigma^0 p - \sigma^1 p + \sigma^2 p - \dots = 0$$

pokud $\deg p < n$.

2. Uspořádejte vrcholy tak, že p je první, q poslední, a z každého vrcholu vedou hrany dopředu i dozadu.
3. Kdyby nebyl, uvažte hranový řez $s < k$ hranami a z k -obarvení jednotlivých kusů vyrobte k -obarvení celého grafu.
4. (a) Použijte příklad (11.35) a rozpis $E[\nu_t(x)] = \sum_i Pr[v_i = x]$.
(b) Použijte příklad (11.36) a rozpis $Var[\nu_t(x)] = \sum_{i,j} Pr[v_i = x \& v_j = x] - Pr[v_i = x]Pr[v_j = x]$.
5. Pro každé i uvažte nejdelší rostoucí podposloupnost začínající prvkem a_i .
6. Uvažte kostru grafu, který vznikne kontrakcí každé z množin V_i do jednoho vrcholu.