

4. zkoušková písemka MA3 – NMAI056 – 16.3.2012

Na každý papír napište číslo příkladu a svoje jméno.

1. (16 bodů) Určete objem tělesa M , kde

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : yz \leq 1, \quad x + y + z \leq 5/2, \quad x, y, z \geq 0\}.$$

2. (16 bodů) Uvažujme funkce

$$f_n(x) = \left(\frac{\sin nx + \cos nx}{3/2} \right)^n$$

na \mathbb{R} . Zjistěte, zda řada $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ konverguje bodově, stejnoměrně, případně lokálně stejnoměrně.

3. (18 bodů) Rozložte funkci

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + \sin^2 x & \text{pro } x \geq 0 \\ -x^2 + \sin^2 x & \text{pro } x \leq 0 \end{cases}$$

ve Fourierovu řadu na intervalu $(-\pi, \pi)$ a určete její součet všude (pro všechna reálná čísla), kde řada konverguje.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Na vypracování máte 120 minut.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítadla, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčísľujte je (137 · 173 je stejně dobrá, ne-li lepší odpověď, než 23701).

Můžete využívat jeden tahák o formátu A4.