

Kombinatorické etudy 7 – ZS 2010/2011

1. (3.24) (Burnsideovo lemma) Bud' Γ grupa permutací $[n]$ s k orbitami. Průměrný počet pevných bodů permutace z Γ je k .

2. (6.15) Bud' G strom a $\varphi : V(G) \rightarrow V(G)$ zobrazení takové, že kdykoli $xy \in E(G)$, tak $\varphi(x) = \varphi(y)$ nebo $\varphi(x)\varphi(y) \in E(G)$. Ukažte, že φ má pevný bod nebo pevnou hranu.

3. (7.12) Bud' G bipartitní graf s minimálním stupněm r . Ukažte, že G je sjednocení r disjunktních hranových pokrytí (množin hran, obsahujících všechny vrcholy).

4. (11.4 – zbylo z minule) Bud' T les s n vrcholy, označme a_k počet jeho párování s k hranami. Ukažte, že

$$p_T(\lambda) = \lambda^n - a_1\lambda^{n-2} + a_2\lambda^{n-4} - a_3\lambda^{n-6} + \dots + (-1)^{\lfloor n/2 \rfloor} a_{\lfloor n/2 \rfloor} \lambda^{n-2\lfloor n/2 \rfloor}.$$

5. (13.7*) Bud' te H_1, H_2 hypergrafy se stejnou množinou vrcholů a stejným počtem hran, m . Ukažte, že H_1 a H_2 mají společný SRR právě tehdy, když

$$|V(H') \cap V(H'')| \geq |E(H')| + |E(H'')| - m$$

pro každé dva podhypergrafy $H' \subseteq H_1, H'' \subseteq H_2$.

6. (14.5*) Obarvíme dvěma barvami hrany K_n kde $n = \lfloor \frac{3k+1}{2} \rfloor$. Dokažte, že existuje jednobarevná cesta délky k .