

2. bonifikační písemka – 7.1.2011

1. Spočítejte limitu

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(\operatorname{arctg} \frac{x^3}{1+x} - \frac{\pi}{2} \right).$$

2. Zjistěte, pro která $\alpha \in \mathbb{R}$ konverguje řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{\alpha} (1 - e^{-\frac{1}{(n+1)^2}}).$$

3. Rozhodněte, ve kterých bodech existuje oboustranná, resp. jednostranné derivace funkce

$$f(x) = |x+1|^{\frac{1}{3}} - |x-1|^{\frac{1}{3}}$$

a spočítejte je.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Na vypracování máte 90 minut.

Za každý příklad můžete získat 5 bodů. Pokud za příklad získáte alespoň 4 body, budou se vám započítávat do skóre u zkouškové písemky.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítadla, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.)

Pokud by se ve výsledku vyskytovaly výrazy, které se bez kalkulačky špatně počítají, nevyčísľujte je (137 · 173 je stejně dobrá, ne-li lepší odpověď, než 23701).

Můžete využívat jeden tahák o formátu A4.