

2. zkoušková písemka z MA – 3.6.2009

Na každý papír napište číslo příkladu a své jméno.

1. (20 bodů) Spočtete

$$\int \frac{1}{x (\log(x)^2 - 3 \log(x) + 2) (\log(x)^2 + \log(x) + 1)} dx$$

(a zdůvodněte, pro která x váš výsledek platí).

2. (15 bodů) Spočtete obsah plochy sevřené křivkami $y = \frac{1}{x+5}$ a $y = \frac{1}{x^2+3}$. (Jedná se o jedinou omezenou plochu, křivkami určenou, obsahuje bod $[0; 1/4]$.)

3. (15 bodů) Nalezněte minimum a maximum funkce $f(x, y, z) = xy^2z^3$ na množině

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + 3z = a, \quad x, y, z > 0\}$$

($a > 0$ je parametr). Nezapomeňte vysvětlit, proč maximum a minimum existují. Pokud o nějaké množině budete tvrdit, že je kompaktní, zdůvodněte proč tomu tak je.

Na vypracování máte 120 minut.

Podrobně zdůvodněte všechny výpočty.

Při práci nejsou povoleny žádné kalkulačky, počítač, mobily, ... (Mobilům prosím předem vypněte zvonění.) Můžete mít jeden tahák: papír velikosti A4, oboustranně popsáný.

Přeji vám hodně štěstí.