1. Ukažte, že pro každé $\beta > 0$ existuje $\gamma > 0$ tž. platí následující. Nechť G je graf na n vrcholech bez trojúhelníků. Jestliže G má alespoň $(1/4 - \gamma)n^2$ hran, pak existuje $X \subseteq E(G)$ velikosti nejvýše βn^2 tž. $G - X$ je bipartitní.

2. Ukažte, že pro každé $\beta > 0$ a pro každý graf H barevnosti 3 existují $\gamma > 0$ a n_0 tž. platí následující. Nechť G je graf na $n \geq n_0$ vrcholech neobsahující H jako podgraf. Jestliže G má alespoň $(1/4 - \gamma)n^2$ hran, pak existuje $X \subseteq E(G)$ velikosti nejvýše βn^2 tž. $G - X$ je bipartitní.

3. Říkáme, že graf H má *aranžovanost* nejvýše a, jestliže existuje uspořádání $v_1, \ldots, v_m$ takové, že pro každé i existuje nejvýše a indexů $j < i$ tž. pro nějaké $k > i$ platí $v_j v_k, v_i v_k \in E(H)$. Ukažte, že má-li H aranžovanost nejvýše a, pak má barevnost nejvýše $a + 2$.

4. Nechť H je rovinný graf a S je množina jeho vrcholů taková, že každý vrchol $V(H) \setminus S$ má nejvýše 12 sousedů v S. Ukažte, že existuje vrchol $v \in S$, který má nejvýše 12 sousedů v S a pro který existuje nejvýše 200 vrcholově disjunktních cest délky nejvýše 2 z v do $S \setminus \{v\}$.

5. Ukažte, že pro každý rovinný graf existuje uspořádání $v_1, \ldots, v_m$ jeho vrcholů tž. pro každé i má v_i nejvýše 12 sousedů v $\{v_1, \ldots, v_{i-1}\}$ a existuje z něj nejvýše 200 vrcholově disjunktních cest délky nejvýše 2 do $\{v_1, \ldots, v_{i-1}\}$.

6. Ukažte, že každý rovinný graf má aranžovanost nejvýše 2400.

7. Nechť $v_1, \ldots, v_m$ je uspořádání vrcholů H ukazující, že H má aranžovanost nejvýše a. Nechť $L_i(v)$ označuje množinu sousedů v_j vrcholu v takových, že $v_j < i$. Uvažme všechny množiny $L_i(v_k)$ tž. $v_i v_k \in E(H)$ a $k > i$. Dokažte, že takových navzájem různých množin je nejvýše 2^a.

8. Ukažte, že pro každé a a reálné číslo $d > 0$ existují $\alpha > 0$ a $\varepsilon > 0$ tak, že platí následující. Nechť H je graf aranžovanosti nejvýše a. Nechť A_1, $\ldots$, A_{a+2} jsou navzájem disjunktní podmnožiny vrcholů nějakého grafu G takové, že $n := |A_1| = \ldots = |A_{a+2}|$ a (A_i, A_j) je ε-regulární pár s $d(A_i, A_j) \geq d$ pro každé $i \neq j$. Jestliže $|H| \leq \alpha n$, pak $H \subseteq G$.

9. Ukažte, že pro každé a existuje c tž. pro každý graf H aranžovanosti nejvýše a je Ramseyovo číslo H nejvýše $c|H|$.