

1. Necht' G je rovinná triangulace a G^* je její duál. Necht' T je kostra G a T^* je podgraf G^* obsahující právě hrany takové, že odpovídající hrany G nepatří do T . Ukažte, že T^* je kostra G^* .
2. V situaci z předchozího příkladu si vyberme libovolný vrchol $v \in V(G)$. Každý vrchol f grafu G^* odpovídá stěně G incidentní se třemi vrcholy a_f, b_f a c_f . Definujme $\beta(f)$ jako množinu všech vrcholů, které leží na cestách z a_f, b_f a c_f do v ve stromu T . Ukažte, že (T^*, β) je stromový rozklad G .
3. Ukažte, že rovinný graf poloměru r má stromovou šířku nejvýše $3r$.
4. Ukažte, že rovinný graf s n vrcholy má stromovou šířku $O(\sqrt{n})$.
5. Dokažte, že má-li graf G stromový rozklad (T, β) takový, že $\beta(x)$ je klika v G pro každé $x \in V(T)$, pak G je chordální.
6. Dokažte, že graf má stromovou šířku nejvýše k právě tehdy, když je podgrafem chordálního grafu G' tž. $\omega(G') \leq k + 1$.
7. Necht' $k \geq 0$ je libovolné přirozené číslo a necht' \mathcal{F}_k je třída všech cest délky alespoň k . Ukažte, že \mathcal{F}_k má Erdős-Pósovou vlastnost.
8. Necht' T je strom a \mathcal{T} je množina jeho podstromů. Pro každé přirozené číslo k ukažte, že buď \mathcal{T} obsahuje více než k navzájem vrcholově disjunktálních stromů, nebo existuje množina $Z \subseteq V(T)$ velikosti nejvýše k protínající všechny stromy z \mathcal{T} .
9. Necht' \mathcal{F} je třída grafů taková, že všechny grafy v \mathcal{F} jsou souvislé. Ukažte, že pro každé přirozené číslo k a každý graf G buď G obsahuje více než k vrcholově disjunktálních podgrafů patřících do \mathcal{F} , nebo existuje množina $Z \subseteq V(G)$ velikosti nejvýše $k(\text{tw}(G) + 1)$ tž. $G - Z$ neobsahuje žádný podgraf patřící do \mathcal{F} .