

1. Dokažte druhou implikaci z Důsledku 11 z poznámek. Tj., má-li graf  $G$  stromový rozklad  $(T, \beta)$  takový, že  $\beta(x)$  je klika v  $G$  pro každé  $x \in V(T)$ , pak  $G$  je chordální.
2. Z Důsledku 11 vyvodte, že každý chordální graf různý od  $K_1$  má alespoň dva simplicialní vrcholy.
3. Ukažte, že  $G$  je chordální právě tehdy, když ho lze získat z klik pomocí klikových součtů ( $k$ -sum s libovolně velkým  $k$ ), při nichž se neodstraňují žádné hrany.
4. Nechť  $(T, \beta)$  je stromový rozklad grafu  $G$ . Pro vrchol  $v \in V(T)$  je *torzo*  $v$  graf vzniklý z  $G[\beta(v)]$  přidáním klik na vrcholech  $\beta(u) \cap \beta(v)$  pro každého souseda  $u$  vrcholu  $v$  v  $T$ . S použitím 4. cvičení z 5. úloh dokažte následující: graf  $G$  neobsahuje  $K_{3,3}$  jako minor právě tehdy, když  $G$  má stromový rozklad  $(T, \beta)$  takový, že
  - $|\beta(u) \cap \beta(v)| \leq 2$  pro každé  $uv \in E(T)$  a
  - torzo každého vrcholu  $v \in V(T)$  je buď rovinný graf nebo  $K_5$ .