

1. Necht' G je graf, necht' $K \subseteq G$ je podrozdělení úplného grafu, necht' Q je množina větvicích vrcholů K (tj. vrcholů, jejichž stupeň v K je větší než 2), a necht' S je libovolná podmnožina vrcholů grafu G velikosti m . Necht' P je sjednocení m vrcholově disjunktních cest v G z S do Q , zvolené tak, že $|E(P) \setminus E(K)|$ je nejmenší možné. Ukažte, že platí následující: jestliže $q_1 \in Q$ není obsažen v P , $q_2 \in Q$ je obsažen v cestě P_2 v P , a R je cesta K spojující q_1 s q_2 , pak $V(P) \cap V(R) \subseteq V(P_2)$, tj. P_2 je jediná cesta z P protínající R .
2. Z předchozího cvičení vyvodte, že je-li graf $2k$ -souvislý a obsahuje podrozdělení K_{3k} , pak je k -linkovaný.
3. Definujme, že graf G je *hranově k -linkovaný*, jestliže pro každých $2k$ navzájem různých vrcholů $s_1, \dots, s_k, t_1, \dots, t_k$ v něm existují navzájem hranově disjunktní cesty P_1, \dots, P_k , kde P_i spojuje s_i s t_i pro $i = 1, \dots, k$. Ukažte, že každý hranově $2k$ -souvislý graf je hranově k -linkovaný (nápořveda: všechny cesty P_1, \dots, P_k mohou procházet přes jeden vrchol).
4. Nalezňte hranově 2-souvislý graf, který není hranově 2-linkovaný.