

Kombinatorika a grafy II - 3. série

Odevzdávat do: 31.1.2012

Řešení příkladů odevzdávejte cvičícím, v papírové formě (pište **čitelně**) nebo e-mailem (použijte libovolný systém vhodný pro přípravu matematických textů, např. TeX). V řešení nezapomeňte uvést své jméno a číslo příkladu, u vícestránkových řešení nejlépe na každé z jeho stránek. V případě nejasností v zadání se ozvěte (ook@ucw.cz).

Příklad 1 [2 body]

Mějme konečnou množinu X bodů ležících v kruhu o poloměru 1. Dokažte, že existuje alespoň $|X|^2/6 - |X|/2$ dvojic $x, y \in X$ těchto bodů takových, že vzdálenost mezi x a y je nejvýše $\sqrt{2}$.

Příklad 2 [2 body]

Nalezněte nejmenší přirozené číslo n takové, že platí následující tvrzení. Necht' X je konečná množina alespoň n bodů v rovině taková, že žádné tři z nich neleží na přímce. Pak X obsahuje čtyři body v konvexní poloze takové, že jejich konvexní obal neobsahuje žádný jiný bod z X .

Příklad 3 [2 body]

Nechť G je libovolný graf s alespoň $6k$ vrcholy. Pak buď G nebo jeho doplněk obsahuje k vrcholově disjunktních trojúhelníků.

Příklad 4 [2 body]

Alice a Bob hrají následující hru: Alice si myslí číslo x , kde $0 \leq x \leq 2047$, a Bob se ho snaží zjistit. Bob si v každém pokusu zvolí množinu čísel a Alice mu řekne, zda x do této množiny patří nebo ne. Alice ale smí jednou za hru zalhat. Hra pokračuje, dokud si Bob není jistý, jaké číslo Alice zvolila. Ukažte, že Bob dokáže číslo uhodnout po nejvýše 15 otázkách, a že neexistuje strategie, kterou by vždy číslo uhodl méně než 15 otázkami.

Příklad 5 [2 body]

Určete minimální vzdálenost lineárního kódu generovaného vektory $(0,0,1,0,1,1,1)$, $(1,0,0,1,0,1,1)$ a $(1,1,0,0,1,0,1)$. Existuje kód délky 7 se stejnou vzdáleností a větší velikostí?