

Kombinatorika a grafy II - 3. série s nápovědou

Nápověda: 12.1.2010 Deadline: 2.2.2010

Řešení příkladů pište **čitelně** a pečlivě. Je možno odevzdávat na cvičení, na přednášce i při náhodném setkání s kterýmkoli cvičícím. Všechny papíry podepište a uveďte, na které cvičení chodíte a který příklad řešíte. V případě nejasností v zadání se ozvěte.

Příklad 1 [2 body]

Pro které grafy je koeficient Tutteho polynomu u x nenulový?

Nápověda: Tutteho polynom grafu je součinem Tutteho polynomů jeho 2-souvislých bloků. Take vzpomeňte na ušaté lemma.

Příklad 2 [2 body] Necht' T je strom, v němž každý vrchol má nekonečný stupeň, a vrcholy T jsou obarveny konečně mnoha barvami. Dokažte, že T obsahuje jako minor monochromatický strom, v němž každý vrchol má nekonečný stupeň.

Nápověda: Zakořeňte T . Co když pro každý vrchol v podstrom pod v obsahuje vrchol barvy 1?

Příklad 3 [2 body]

Dokažte, že jestliže k je délka nejdelší cesty v grafu G , pak $|E(G)| \leq \frac{k}{2}|V(G)|$. Pro které grafy nastává rovnost?

Nápověda: Uvažte nejdelší cestu $P = v_0v_1 \dots v_k$. Ukažte, že pokud v_0 sousedí s v_i a v_k s v_{i-1} pro nějaké i , pak $V(P) = V(G)$. Co z toho plyne pro stupně v_0 a v_k ?

Příklad 4 [2 body]

Ukažte, že $\frac{3k}{2} \leq R(P_k, P_k) \leq 2k$, kde P_k je cesta délky $k \geq 1$. Můžete použít výsledek předchozího příkladu.

Nápověda: Měli byste použít výsledek předchozího příkladu. Pro dolní odhad uvažte graf tvořený disjunktním sjednocením dvou klik vhodných velikostí.

Příklad 5 [2 body]

Dokažte, že má-li graf G $\frac{k|V(G)|}{2}$ hran, pak $\alpha(G) \geq \frac{|V(G)|}{k+1}$.

Nápověda: Použijte Turánovu větu.