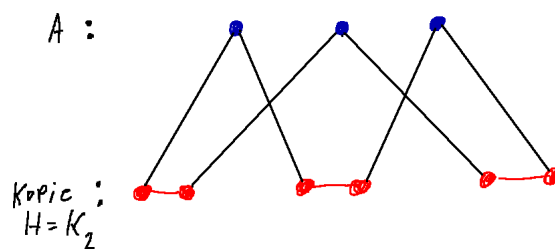


(2,5 bodu) Ukažte, že jestliže  $H$  je linegraf nějakého multigrafu  $G$ , pak  $H$  neobsahuje  $K_{1,3}$  jako indukovaný podgraf.

(2,5 bodu) Dokažte, že Petersenův graf má hranovou barevnost 4 (speciálně tedy nejde hranově obarvit 3 barvami).

(2,5 bodu) Nechť  $H$  je graf s  $n$  vrcholy a  $\chi(H) \geq d$ . Vytvořme nový graf  $G$  následujícím způsobem (na obrázku je nakreslen příklad pro  $H = K_2$  a  $d = 2$ ): Nechť  $A$  je množina  $d(n-1) + 1$  izolovaných vrcholů. Pro každou podmnožinu  $B \subseteq A$  velikosti  $n$  přidejme do  $G$  kopii grafu  $H$  a perfektní párování mezi  $B$  a vrcholy této kopie. Ukažte, že  $\chi(G) \geq d + 1$ .



(2,5 bodu) S použitím předchozího cvičení ukažte, že pro každé  $d \geq 1$  existuje  $d$ -degenerovaný graf neobsahující žádný cyklus délky nejvýše 5, který se nedá obarvit  $d$  barvami.