

(2,5 bodu) Necht' M_1 je *maximální* párování v grafu G a M_2 je *největší* párování ve stejném grafu. Ukažte, že vždy platí $|M_2| \leq 2|M_1|$.

(2,5 bodu) Najděte graf, v němž existuje maximální párování M_1 a největší párování M_2 takové, že $|M_2| = 2|M_1|$.

(2,5 bodu) Necht' M je (ne nutně perfektní) párování v grafu G a C je kytka v G vůči tomuto párování. Ukažte, že má-li G/C perfektní párování, pak i G má perfektní párování.

(2,5 bodu) Najděte graf G , párování M v G a kytku C vůči tomuto párování takovou, že G má perfektní párování, ale G/C perfektní párování nemá.

Definice:

- Párování M v grafu G je *maximální*, jestliže ho žádné větší neobsahuje jako podmnožinu.
- Pro kytku C v grafu G (vůči nějakému párování), G/C označuje graf vzniklý kontrakcí květu C .
- Párování v grafu G je *perfektní*, jestliže pokrývá všechny vrcholy, tj. má velikost $|V(G)|/2$.