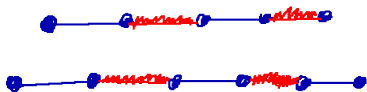


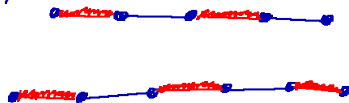
Největší párování a Edmondsův algoritmus

3. března 2021

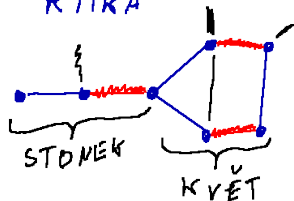
STRÍDAVÁ CESTA



Prohození
hran

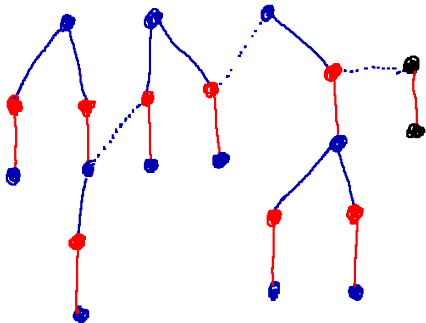


KYTKA



KONTRAKCE
KVĚTU





① KOŘENY =
VOLNÉ vrcholy

② LICHÉ vrstvy:
PRÁVĚ JEDEN SYN,
PŘES HRANU V
PÁROVÁNÍ

③ SUDE vrstvy:
VŠICHNI SOUSEDI
JSOU V LESE

(a) \exists hrana mezi vrcholy v sudých vrstvách:
volná střídaná cesta nebo kytka

(b) sudé vrstvy tvoří nezávislou množinu: největší párování

- 1 Necht' M a M' jsou párování v grafu G tž. M' vznikne z M prohozením hran na střídané cestě sudé délky. Ukažte, že v G existuje volná střídaná cesta vůči M právě když taková cesta existuje vůči M' .
- 2 Necht' C je kytka v párování M v grafu G a necht' M/C je odpovídající párování v grafu G/C vzniklém kontrakcí květu C . Ukažte, že jestliže v G/C existuje volná střídaná cesta vůči M/C , pak v G existuje volná stř. cesta vůči M .
- 3 Ve stejné situaci: Předpokádejte, že C nemá stonek. Ukažte, že jestliže v G existuje volná střídaná cesta vůči M , pak v G/C existuje volná střídaná cesta vůči M/C .
- 4 $F \subseteq G$ je les z Edmondsova algoritmu pro párování M ; L a S vrcholy na lichých a sudých hladinách (kořeny = volné vrcholy, vrcholy v L mají právě jednoho syna v následující hladině spojeného hranou z M , všichni sousedi S jsou v F). Předpokládejme, že S je nezávislá množina. Kolik má $G - L$ jednovrcholových komponent, a co z toho plyne pro velikost největšího párování v G ?

Nechť M a M' jsou párování v grafu G tž. M' vznikne z M prohozením hran na střídací cestě sudé délky. Ukažte, že v G existuje volná střídací cesta vůči M právě když taková cesta existuje vůči M' .

Nechť C je kytka v párování M v grafu G a necht' M/C je odpovídající párování v grafu G/C vzniklém kontrakcí květu C . Ukažte, že jestliže v G/C existuje volná střídaná cesta vůči M/C , pak v G existuje volná stř. cesta vůči M .

Nechť C je kytka v párování M v grafu G a necht' M/C je odpovídající párování v grafu G/C vzniklém kontrakcí květu C . Předpokádejte, že C nemá stonek. Ukažte, že jestliže v G existuje volná střídavá cesta vůči M , pak v G/C existuje volná střídavá cesta vůči M/C .

$F \subseteq G$ je les z Edmondsova algoritmu pro párování M ; L a S vrcholy na lichých a sudých hladinách (kořeny = volné vrcholy, vrcholy v L mají právě jednoho syna v následující hladině spojeného hranou z M , všichni sousedi S jsou v F).

Předpokládejme, že S je nezávislá množina. Kolik má $G - L$ jednovrcholových komponent, a co z toho plyne pro velikost největšího párování v G ?