Zadání

Vyřešte

$$
\begin{aligned}
a_1 x &\equiv b_1 \pmod{c_1} \\
a_2 x &\equiv b_2 \pmod{c_2} \\
&\dots \\
a_n x &\equiv b_n \pmod{c_n}
\end{aligned}
$$

Pozorování

Je-li x řešení, pak i $x \pm lcm(c_1, \dots, c_n)$ je řešení, a tedy existuje řešení $x \in \{0, 1, \dots, lcm(c_1, \dots, c_n) - 1\}$.

$$a_1 x \equiv b_1 \pmod{c_1}$$
$$a_1 x + c_1 t = b_1$$

- Nemá řešení, pokud $d = \gcd(a_1, c_1)$ nedělí b_1.
- Jinak z Euklidova algoritmu:

```
(r,r')=(0,1); (s,s')=(1,0);
while (a1 != 0) {
    q = c1 / a1;
    (c1,a1) = (a1, a1 - q * c1);
    (r,r') = (r', r - q * r');
    (s,s') = (s', s - q * s');
  }
d = c1;
```

$$a_1 r + c_1 s = d$$
$$a_1 r(b_1/d) + c_1 s(b_1/d) = b_1$$
$$x = r(b_1/d) + (c_1/d)m$$

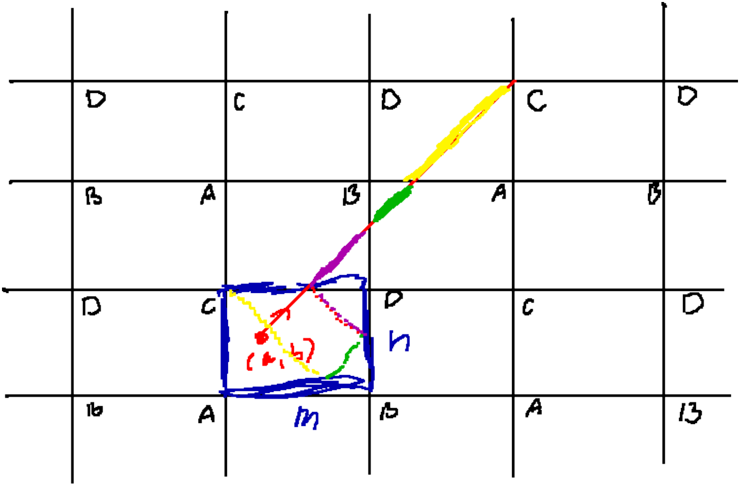
$$
\begin{aligned}
x &= \beta_1 + \gamma_1 m \\
a_2 x &\equiv b_2 \pmod{c_2} \\
&\dots \\
a_n x &\equiv b_n \pmod{c_n}
\end{aligned}
$$

Redukce na

$$
\begin{aligned}
a_2 \gamma m &\equiv b_2 - a_2 \beta \pmod{c_2} \\
&\dots \\
a_n \gamma m &\equiv b_n - a_n \beta \pmod{c_n}
\end{aligned}
$$

Zadání

Na kulečníkovém stole o rozměrech $n \times m$ *pošleme kouli z bodu* (a, b) *ve směru* $(1, 1)$*, kde* n, m, a, b *jsou celá čísla. Který roh zasáhne jako první?*



$$a + x \equiv 0 \pmod{m}$$
$$b + x \equiv 0 \pmod{n}$$

Chceme: Nejmenší kladné řešení x.